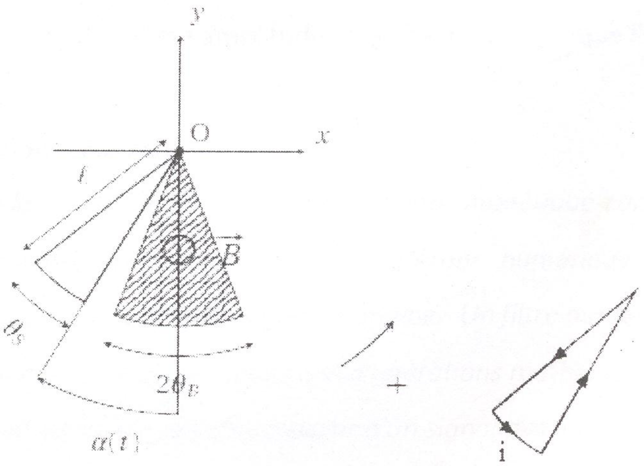
Institut préparatoire aux études de l'ingénieur de SFAX MP 2-PT 2

DEVOIR DE CONTROLE DE PHYSIQUE 1

19 OCTOBRE 2016 - Durée : 2H

EXERCICE 1 : Freinage d'un pendule en rotation (10 pts).

On considère une spire, de résistance R, formant un pendule pesant de masse m, dont la position angulaire est repérée par l'angle $\alpha(t)$, comme indiqué sur la figure 1. La spire est caractérisée par son rayon l et sa largeur angulaire $\theta_S = 5°$. Son moment d'inertie par rapport à l'axe Oz est J_z. Le champ magnétique vaut $B_0\vec{e}_z$ dans la zone hachurée de largeur angulaire $2\theta_B = 20°$ et il est nul en dehors. On lâche à $t = 0$,la spire sans vitesse initiale avec un angle $\alpha_0 = -3\theta_S$. La constante de pesanteur est g. On note $l_G$la distance entre le point O et le centre de gravité de la spire et $\omega(t)$ la vitesse angulaire avec $\omega(t) = \dot{\alpha}(t)$. On néglige les frottements de l'air.



Avec les orientations choisies, la partie droite du pendule pénètre dans la zone de champ magnétique pour $\alpha = -\theta_B$.

1-En l'absence totale de champ magnétique, l'équation différentielle régissant l'évolution de l'angle α est $\ddot{\alpha} = -\frac{mgl_G}{J_z}\sin\alpha$.

Dans la limite de petits angles, montrer que l'on obtient un oscillateur harmonique et exprimer la période T_0des oscillations.

2- Avec le champ magnétique présent dans la zone hachurée, expliquer qualitativement les phénomènes physiques qui se manifestent et les différentes phases du mouvement.

On se place, dans toute la suite, dans la phase où le pendule a été lâché comme indiqué sur la figure et entre dans la zone de champ magnétique, c'est-à-dire pour $-\theta_B < \alpha < -\theta_S$

3-a- Montrer que le flux φ du champ magnétique à travers la spire est $\varphi = \frac{1}{2}B_0 l^2(\alpha + \theta_B)$.

b- En déduire la force électromotrice puis l'intensité du courant.

4-a- Sommer les moments élémentaires des forces de Laplace qui s'exercent sur la partie droite de la spire, pour en déduire le moment résultant par rapport à l'axe Oz

b- Montrer que l'équation différentielle portant sur $\alpha(t)$ est de la forme $\ddot{\alpha} + \frac{1}{\tau}\dot{\alpha} + \omega_0^2\alpha = 0$

Exprimer la constante de temps τ en fonction des paramètres du problème.

c- Comment choisir B_0 pour avoir un freinage optimal ?

d- Citer une application de cette expérience.

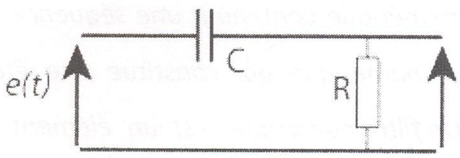
5-a- Effectuer un bilan de puissance.

b- Commenter.

EXERCICE 2 : Etude d'un filtre du premier ordre.

A- Etude d'un filtre analogique (4pts).

On excite le circuit suivant par une tension sinusoïdale $e(t) = E\cos(\omega t)$.



On mesure à vide la tension de sortie $s(t) = S\cos(\omega t + \varphi)$.

1. Etablir la fonction de transfert de ce quadripôle et la mettre sous la forme canonique : $\underline{H_{an}}(j\omega) = \frac{j\frac{\omega}{\omega_0}}{1+j\frac{\omega}{\omega_0}}$ où $\omega_0$est la pulsation propre que l'on exprimera en fonction de R et C.

b- Ecrire l'équation différentielle liant l'entrée $e(t)$ et la sortie $s(t)$. On posera $\tau = 1/\omega_0$.

c. Déterminer le gain $G_{an}(\omega) = |\underline{H_{an}}(j\omega)|$ et le déphasage $\varphi = \arg\left(\underline{H_{an}}(j\omega)\right)$.

2. On met à l'entrée de ce circuit le signal triangulaire $e(t)$ avec $f = 10\ kHz$ et $E = 10V$. On montre que la décomposition en série de Fourier du signal $e(t)$ est :

$$e(t) = \frac{E}{2} + \sum_{n\ impairs}^{\infty} \frac{4E}{\pi^2 n^2} \cos(n\omega t)$$

a. Représenter le spectre de e et attribuer à chaque terme son nom et son rôle.

b. Donner une expression approchée du $s(t)$ si le circuit est réglé pour $f_0 = 1kHz$.

c. Commenter l'action du filtre sur $e(t)$.

B- Echantillonnage d'un signal sinusoïdal (2.5 pts).

L'échantillonnage est l'opération qui consiste à mesurer un signal en capturant des valeurs à intervalles réguliers. L'intervalle de mesure s'appelle la période d'échantillonnage, notée T_e. L'objectif de l'échantillonnage est la transmission de l'information codée dans un signal. La question du choix de la fréquence d'échantillonnage se pose immédiatement.

On considère le signal $e(t) = E\cos(2\pi f t)$. Il est échantillonné à la fréquence $f_e = \frac{1}{T_e}$ considérée très élevée en premier temps.

3-a- Représenter, sans démonstration, le spectre du signal échantillonné $e^*(t)$.

b-Comment récupérer le spectre du signal $e(t)$ après son échantillonnage ?

c- A quelle condition est-ce possible ? Qu'appelle-t-on cette condition ?

4-a- Montrer qu'un signal sinusoïdal $e(t)$ de fréquence $f > f_e/2$ est perçu comme un autre signal sinusoïdal $e'(t)$ de même amplitude et de fréquence f' que l'on déterminera.

b- Commenter.

C- Filtrage numérique (3.5 pts).

Une fois échantillonné, le signal subit un traitement numérique contenant une séquence des opérations. Parmi ces opérations, on cite le filtrage numérique qui constitue une étape nécessaire dans la restitution du signal d'origine. Un filtre numérique est un élément qui effectue un filtrage à l'aide d'une succession d'opérations mathématiques sur un signal discret. Un filtre calcule un signal discret s(n) à partir d'un signal discret e(n).

On se propose d'étudier dans cette partie un exemple de filtre numérique.

On note $e_n = e(nT_e)$ les valeurs du signal d'entrée échantillonné, ce qui donne en notation complexe pour le régime sinusoïdal forcé de pulsation ω : $\underline{e_n} = E\exp(jn\omega T_e)$. Alors la sortie est $\underline{s_n} = S\exp(jn\omega T_e)$.

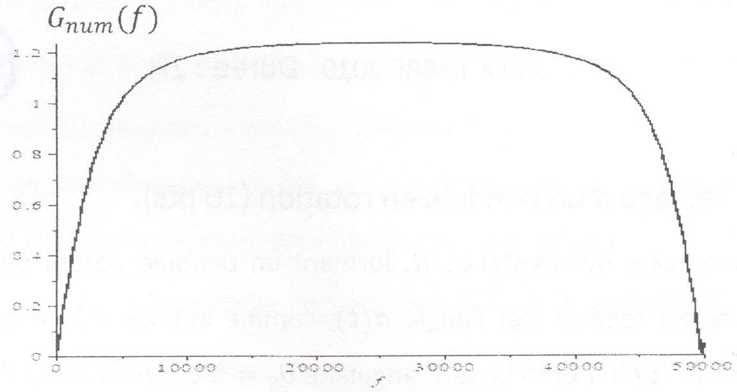
5-a-Discrétiser l'équation différentielle **1-b** pour des signaux échantillonnés à la période T_e.

b- En déduire la fonction de transfert numérique $\underline{H_{num}}(j\omega) = \frac{\underline{s_n}}{\underline{e_n}}$.

c- Discuter le cas limite $T_e\omega \to 0$.

6-a- Déterminer G_{num} le gain du filtre numérique.

b- La figure ci-dessous représente les variations de G_{num} pour $f_e = 50kHz$ et $f_0 = 3kHz$.



Tracer sur un même graphe les gains $G_{an}(f)$ et $G_{num}(f)$ pour $f \in [0Hz, 200kHz]$.

c- Commenter convenablement les résultats obtenus.

FIN DE L'EPREUVE