Institut Préparatoire aux Etudes d'Ingénieur de Sfax

IPEIS

AU : 2019–2020
MP2 & PC2

EXAMEN DE FIN DU DEUXIEME SEMESTRE
MECANIQUE DES SOLIDES INDEFORMABLES

Date : 28/07/2020 **Durée : 1 h 30 min** **Aucun document n'est autorisé**

On Considère le schéma cinématique minimal d'un mécanisme utilisé pour la mise en forme de pièces. Les principaux éléments de ce mécanisme sont :

- Le bâti (0) ;
- La traverse (1) en liaison glissière d'axe $(O,\vec{z}_0)$ avec le bâti (0) ;
- Le bras (2) en liaison pivot d'axe $(A,\vec{y}_0)$ avec la traverse (1), ce bras est muni d'une lumière dans laquelle coulisse un doigt solidaire au levier (3) ;
- Le levier (3) (**CBD**) en liaison pivot d'axe $(B,\vec{y}_0)$ avec le bâti (0) et s'appuie simplement en D sur le coulisseau (4) (la liaison levier (3) / coulisseau (4) est ponctuelle de normale $\vec{x}_0$) ;
- Le coulisseau (4) en liaison glissière d'axe $(E,\vec{x}_0)$ avec le bâti (0).

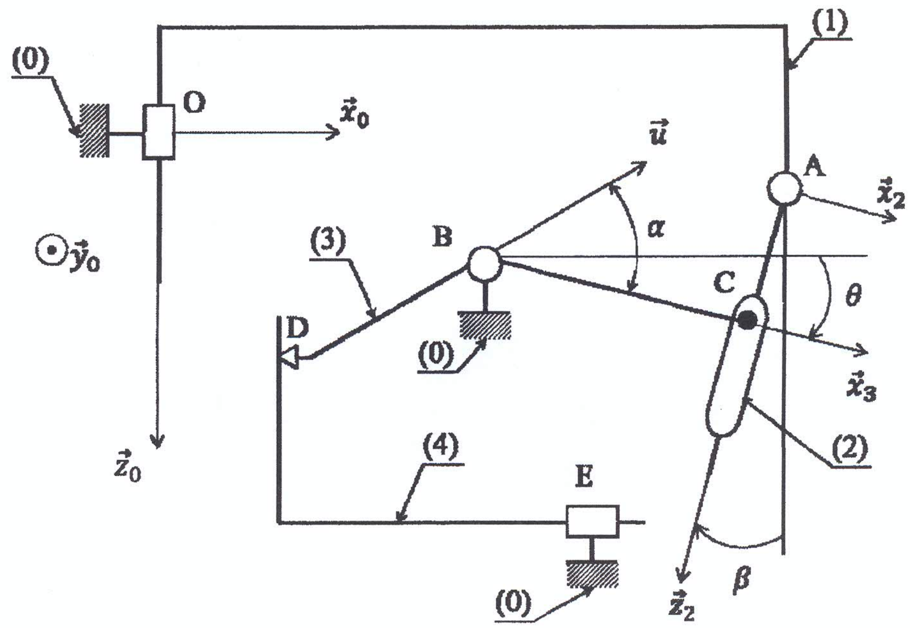

Figure 1. Schéma cinématique minimal du mécanisme

Repères et paramétrages

Les repères et les paramétrages adoptés sont définis comme suit :

- $R_0(O,\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)$ repère lié au bâti (0) supposé galiléen ;
- $R_1(A,\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)$ repère lié à la traverse (1) ;
- $R_2(A,\vec{x}_2,\vec{y}_0,\vec{z}_2)$ repère lié au bras (2) tel que :$\beta = (\vec{x}_0,\vec{x}_2) = (\vec{z}_0,\vec{z}_2)$;
- $R_3(B,\vec{x}_3,\vec{y}_0,\vec{z}_3)$ repère lié au levier (3) tel que : $\theta = (\vec{x}_0,\vec{x}_3) = (\vec{z}_0,\vec{z}_3)$;

Les positions des différents centres de liaison sont décrites par les relations vectorielles :

$$\overrightarrow{OA} = a\,\vec{x}_0 + \lambda\,\vec{z}_0 \;,\; \overrightarrow{AC} = L\,\vec{z}_2 \,,\, \overrightarrow{BC} = R\,\vec{x}_3 \text{ et } \overrightarrow{DB} = r\,\vec{u} \text{ avec } \alpha = (\vec{x}_3,\vec{u})$$

Les angles $\boldsymbol{\beta}$ et $\boldsymbol{\theta}$ sont les paramètres angulaires du mécanisme et $\boldsymbol{\lambda}$ définit la translation de la traverse. $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{L}$, $\boldsymbol{r}$ et $\boldsymbol{R}$ sont des constantes géométriques du mécanisme. $\boldsymbol{\alpha}$ est l'écart angulaire constant entre les deux bras du levier (3).

Hypothèses

- Les caractéristiques d'inertie des éléments constitutifs du mécanisme sont :
  - La traverse (1) de masse M_1 et de centre d'inertie G_1.
  - L'ensemble (4) de masse M_4 et de centre d'inertie G_4.
  - La matrice d'inertie au point B du levier (3) exprimée dans la base $(\vec{x}_3, \vec{y}_0, \vec{z}_3)$ est :

$$[I_B(3)] = \begin{bmatrix} A_3 & 0 & -E_3 \\ 0 & B_3 & 0 \\ -E_3 & 0 & C_3 \end{bmatrix}$$

    sa masse M_3 et son centre d'inertie est G_3 tel que : $\overrightarrow{BG_3} = c\,\vec{x}_3 + d\,\vec{z}_3$.
  - Le bras (2) est supposé de masse et d'inertie négligeable.
- L'action motrice appliquée à la traverse est de la forme : $\overrightarrow{F_m} = F_m \vec{z}_0$.
- Toutes les liaisons sont supposées parfaites.
- L'accélération de la pesanteur est telle que : $\vec{g} = g\,\vec{z}_0$.

Partie I : Etude cinématique

1) Donner les expressions des vecteurs rotations instantanées : $\vec{\Omega}(1/0)$, $\vec{\Omega}(2/0)$ et $\vec{\Omega}(3/0)$.
2) Déterminer le vecteur vitesse $\vec{V}(A \in 1/R_0)$.
3) Déterminer par cinématique le vecteur vitesse $\vec{V}(C \in 2/R_0)$, l'exprimer dans la base $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.
4) Déterminer en fonction de $\dot{\theta}$ le vecteur vitesse $\vec{V}(C \in 3/R_0)$, l'exprimer dans la base $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.
5) Déterminer par dérivation le vecteur vitesse $\vec{V}(D \in 3/R_0)$, l'exprimer dans la base $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.
6) Déterminer le vecteur vitesse $\vec{V}(G_3/R_0)$, l'exprimer dans la base $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$
7) Sachant qu'il n'y a pas de glissement entre le bras (2) et de levier (3) au point C,
   a) Exprimer, en fonction de $\dot{\lambda}$, θ, β et L, la vitesse angulaire $\dot{\beta}$ du bras (2).
   b) Exprimer, en fonction de $\dot{\lambda}$, θ, β et R, la vitesse angulaire $\dot{\theta}$ du levier (3).
8) Déterminer, en fonction de $\dot{\theta}$, θ, α et r, la vitesse $\boldsymbol{V}$ de translation de l'ensemble (4) par rapport au bâti (0).

Partie II : Etude énergétique et dynamique

On appelle Σ le système de solides constitué de la traverse (1), du bras (2), du levier (3) et de l'ensemble (4) : $\Sigma = \{1, 2, 3, 4\}$.

1) Déterminer l'énergie cinétique de Σ dans son mouvement par rapport à R_0.
2) Déterminer la puissance de toutes les actions mécaniques extérieures appliquées à Σ dans son mouvement par rapport R_0.
3) Appliquer le théorème de l'énergie cinétique à Σ dans son mouvement par rapport à R_0. Déterminer l'expression de F_m.
4) On considère maintenant que la liaison glissière au point E est avec frottement de glissement caractérisé par le coefficient f.
   a) Donner la forme du torseur de l'action de (0) sur (4) au point E. Ecrire la loi de Coulomb.
   b) Que devient l'expression de la puissance $P(0 \to \Sigma/R_0)$.
   c) Le théorème de l'énergie cinétique seul n'est plus suffisant pour déterminer l'expression de F_m. Quel solide doit-on isoler et quel théorème de la dynamique doit-on appliquer pour résoudre ce problème. Faire le calcul nécessaire et donner l'expression de F_m.