

Devoir de contrôle de M.S.I - Semestre N°1
Sections : M.P.2 et P.C.2

Durée : 1h30

Date : 21 Octobre 2016

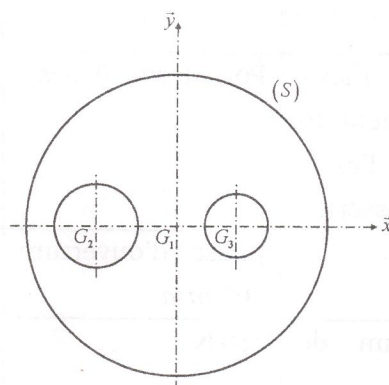
Nbre de pages : 4

N.B : L'usage des calculatrices est interdit.

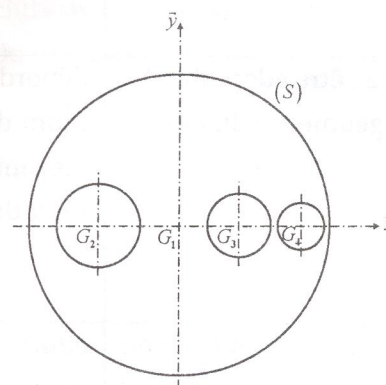
Exercice 1 :

Le solide (S) est assimilé à un disque homogène, infiniment mince, de masse m , de centre G_1 et de rayon R_1 . Il comporte deux trous, l'un de rayon R_2 et de centre G_2 tel que $\overline{G_1 G_2} = d_1$ et l'autre de rayon R_3 et de centre G_3 tel que $\overline{G_1 G_3} = d_2$ (Figure 1a).

1. Déterminer la densité surfacique σ du matériau constituant le solide (S).
2. Déterminer, en fonction de R_1 , R_2 , R_3 , d_1 et d_2 , la position du centre d'inertie G de (S) : $\overline{G_1 G}$.
3. On se propose, dans la suite, de ramener le centre d'inertie G du solide (S) sur l'axe (G_1, \vec{z}) (c-à-d le faire confondre avec G_1). Pour cela, on perce un trou de rayon R_4 et de centre G_4 tel que $\overline{G_1 G_4} = d_3$ (Figure 1b).
 - a) Montrer que le centre G_4 doit être situé sur l'axe (G_1, \vec{x}) .
 - b) Déterminer alors d_3 en fonction des paramètres géométriques du mécanisme.
4. On se propose maintenant de déterminer les caractéristiques d'inertie du solide (S).
 - a) Donner la forme de la matrice d'inertie de (S), au point G_1 , dans la base $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$.
 - b) Exprimer, en fonction de σ , R_1 , R_2 , R_3 , R_4 , d_1 , d_2 et d_3 , le moment d'inertie de (S) par rapport à l'axe (G_1, \vec{z}) .



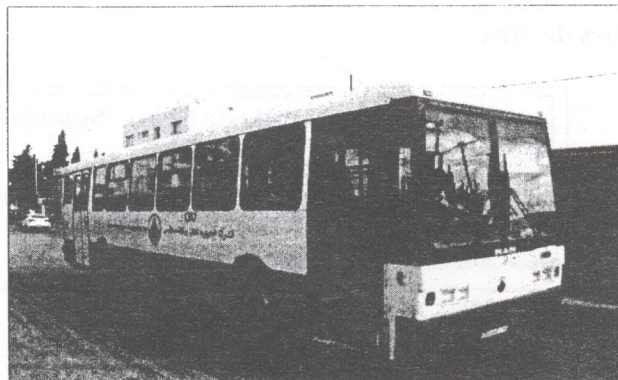
(a) cas 1



(b) cas 2

FIGURE 1 – Solide étudié

Exercice 2 :



On considère un système d'ouverture de porte d'autobus dont on donne une description cinématique ainsi qu'un extrait du cahier des charges.

La Figure 2 représente le schéma cinématique de la vue de dessus du mécanisme actionneur d'une porte (2) d'autobus. Au dessus de cette porte, un vérin pneumatique (air comprimé) (3,4) entraîne la bielle (1) en liaison pivot avec la carrosserie (0). Le bras (OB), encastré à la bielle (1), entraîne le battant de porte (2) qui est guidé par un maneton (C) se déplaçant dans une rainure. L'amplitude de rotation de la bielle (1) de 90° environ permet d'obtenir les positions extrêmes (ouvert / fermé) du battant (2).

Les performances sont définies par le cahier des charges dont il a été extrait les données ci-dessous (Table 1).

TABLE 1 – Extrait du cahier des charges fonctionnel

Fonctions	Critères	Niveaux	Flexibilités
FP1 : ouvrir ou fermer l'accès des passagers au bus	temps de fermeture t_f	$< 10s (*)$	Aucune
	temps d'ouverture t_o	$< 10s (*)$	Aucune
	durée de vie	2.10^6	taux d'incidents 5% à 5 ans
FP2 : être adaptable à la géométrie du bus	débordement maximum d'un élément du mécanisme à l'extérieur de la carrosserie	Porte fermé 0 mm	Aucune
		phase d'ouverture 200 mm	Aucune
FP3 : ne pas mettre en danger les passagers	effort maximum de pincement	150 N	Aucune

(*) : compte tenu de la solution technique retenue, la vitesse de translation du maneton dans la rainure doit être inférieure à 30 cm/s .

Repères et paramétrage :

Les repères et les paramètres adoptés sont définis comme suit (Figure 2) :

- $R_0 (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$: repère lié à la carrosserie (0),
- $R_1 (O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$: repère lié à la bielle (1) tel que : $\alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$,
- $R_2 (B, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_0)$: repère lié à la porte (2) tel que : $\beta = (\vec{x}_0, \vec{x}_2) = (\vec{y}_0, \vec{y}_2)$,
- $R_3 (A, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_0)$: repère lié à la tige (3) du vérin tel que : $\theta = (\vec{x}_0, \vec{x}_3) = (\vec{y}_0, \vec{y}_3)$,
- $R_4 (D, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_0)$: repère lié au corps (4) du vérin.

Les positions des différents centres de liaisons et points de contact sont décrites par les relations vectorielles suivantes :

$$\vec{OA} = r \vec{u}_1, \quad \vec{OB} = l \vec{x}_1, \quad \vec{AD} = \eta(t) \vec{x}_3, \quad \vec{BC} = l \vec{x}_2, \quad \vec{OC} = \lambda(t) \vec{x}_0$$

- Les angles variables α , β et θ sont les paramètres angulaires du mécanisme,
- l'angle $\gamma = (\vec{x}_1, \vec{u}_1) = (\vec{y}_1, \vec{v}_1)$ est constant,
- r et l sont des constantes géométriques.

1. Donner le graphe de liaisons du mécanisme, en déduire la nature de la chaîne.
2. Déterminer le vecteur vitesse du point B appartenant à (1) dans son mouvement par rapport à (0).
3. Déterminer le vecteur vitesse du point C appartenant à (2) dans son mouvement par rapport à (0). Vérifier que $\alpha = \beta$ et déduire l'expression de $\dot{\lambda}$ en fonction de $\dot{\alpha}$ et α .
4. Exprimer les torseurs cinématiques représentants :
 - a) le mouvement de (1) par rapport à (0) au point A,
 - b) le mouvement de (3) par rapport à (1) au point A,
 - c) le mouvement de (3) par rapport à (4) au point A,
 - d) le mouvement de (4) par rapport à (0) au point D puis au point A.
5. Écrire la fermeture cinématique relative à la chaîne de solides (0 – 1 – 3 – 4 – 0). Déduire l'expression de $\dot{\alpha}$ en fonction de $\dot{\eta}$, $\dot{\theta}$ et η .
6. Les graphes de la Figure 3 sont obtenus par simulation numérique des équations cinématiques. Spécifier le paramètre d'entrée et conclure quant à la capacité de la porte d'autobus à satisfaire le critère vitesse de coulissement du maneton.

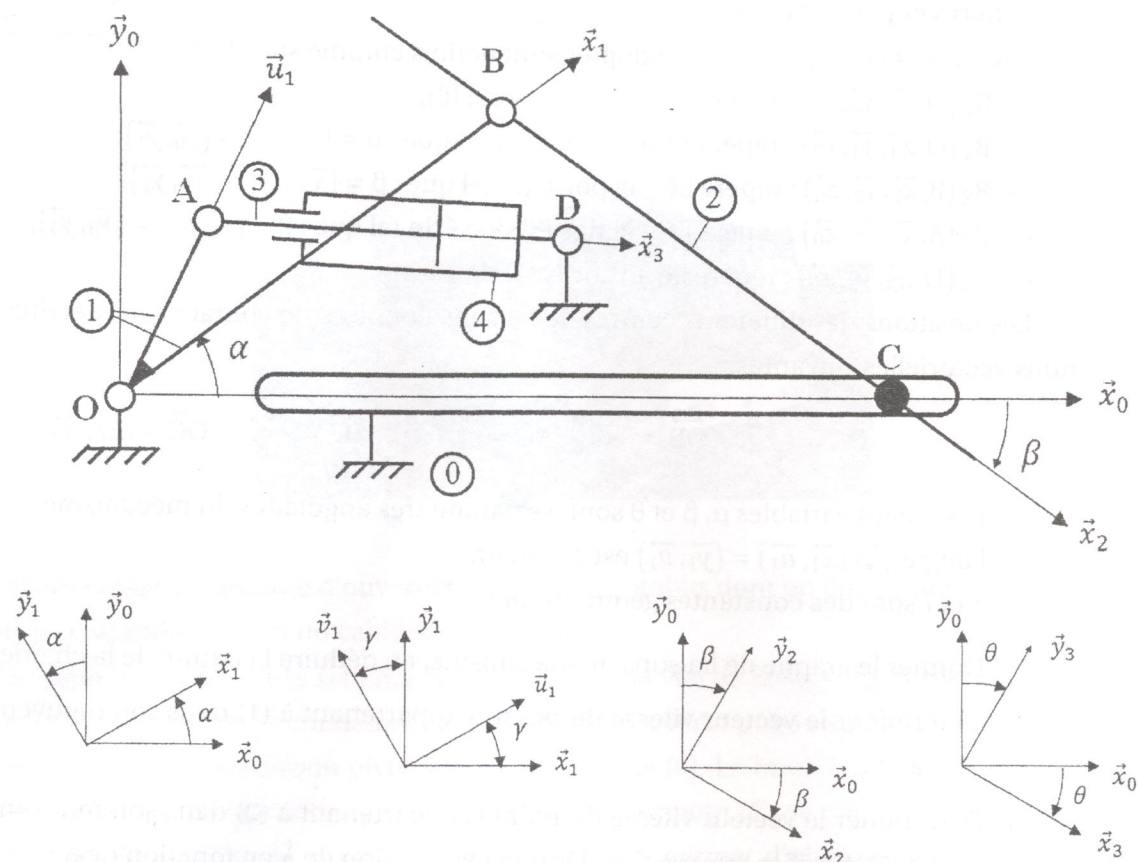


FIGURE 2 – Schéma cinématique et paramétrage du mécanisme

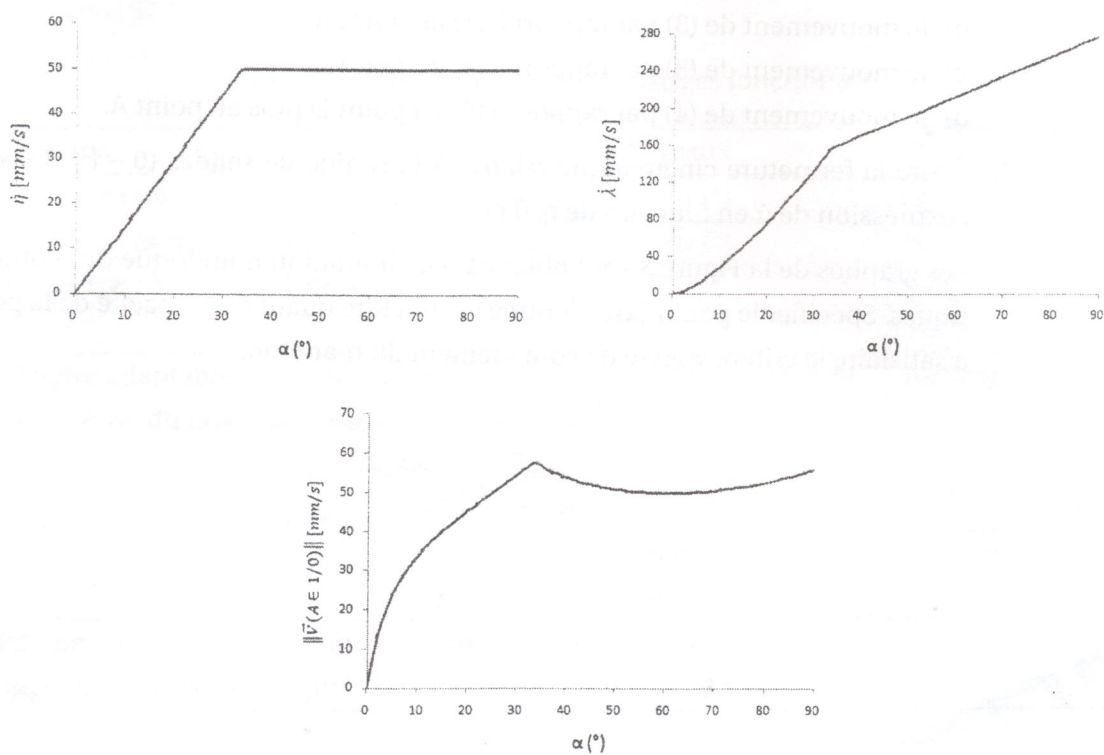


FIGURE 3 – Résultats de simulation

IPEIS 2016/2017
Devoir de contrôle du premier semestre
Automatique

Date : 21/10/2016. Durée : 1h 30mn.

Documents, Calculatrice et GSM non autorisés. Tables de Laplace fournies au verso.



Exercice 1

Soit le système dynamique suivant :

$$\dot{s}(t) + a(t)s(t) = b(t)e(t), \quad s(0) = s_0.$$

d'entrée $e(t)$ et de sortie $s(t)$.

- Ce système est-il linéaire, stationnaire, causal et initialement au repos ? Justifier.
- Si ce système est stationnaire, proposer une modification de l'équation pour qu'il ne le soit plus. S'il n'est pas stationnaire, proposer une modification de l'équation pour qu'il le devienne.
- Si a et b sont des constantes, calculer la réponse impulsionnelle pour le cas où le système est initialement au repos.

Exercice 2

- Calculer la transformée de Laplace du signal suivant :

$$e(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ t & 0 \leq t < 2 \\ 2 & t \geq 2 \end{cases}$$

- Calculer la fonction de transfert $H(p) = \frac{S(p)}{E(p)}$ correspondant à la relation dynamique suivante :

$$\ddot{s}(t) + 4s(t) = e(t-2), \quad s(0) = \dot{s}(0) = 0.$$

- Calculer la réponse $s(t)$ pour l'entrée $e(t)$ donnée en (a). On rappelle la décomposition en éléments simples de la fonction suivante : $\frac{1}{p^2(p^2+a)} = \frac{\alpha}{p} + \frac{\beta}{p^2} + \frac{\gamma p + \delta}{(p^2+a)}$.

Exercice 3

Un système dynamique, d'entrée $e(t)$ et de sortie $s(t)$, est donné par sa réponse impulsionnelle suivante :

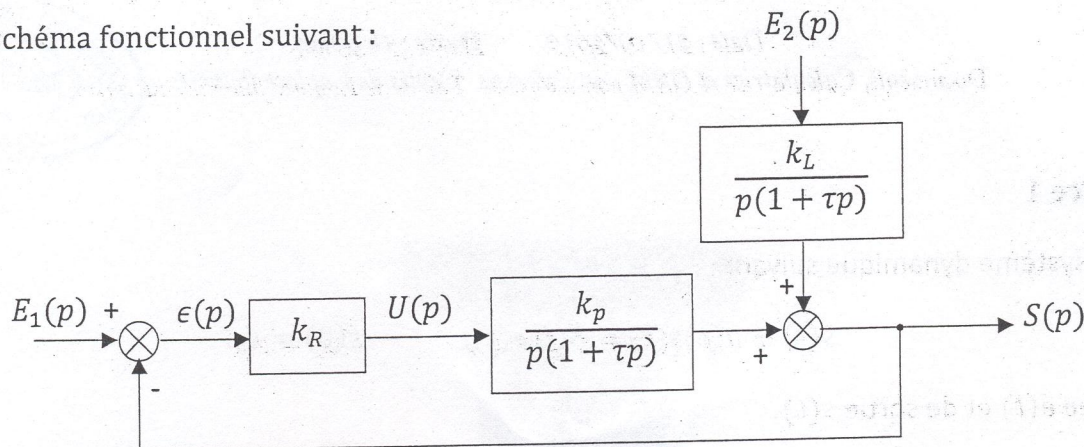
$$s(t) = -\frac{1}{2}e^{-t} + \frac{1}{2}e^{-\frac{t}{5}}$$

- Calculer sa fonction de transfert $H(p) = \frac{S(p)}{E(p)}$.

- b) Déduire l'ordre n et le gain statique k du système.
 c) Trouver l'expression de sa réponse à l'entrée causale $e(t) = e^{-t}$.

Exercice 4

Soit le schéma fonctionnel suivant :



Déterminer les fonctions de transfert $\frac{\epsilon(p)}{E_1(p)}$ et $\frac{\epsilon(p)}{E_2(p)}$.

Table de transformées de Laplace

$f(t)$	$F(p) = \mathcal{L}(f(t))$
$\delta(t)$	1
$u(t)$	$\frac{1}{p}$
$e^{-at}u(t)$	$\frac{1}{p+a}$
$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}e^{-at}u(t)$	$\frac{1}{(p+a)^n}$
$\sin(\omega t)u(t)$	$\frac{\omega}{p^2 + \omega^2}$
$\cos(\omega t)u(t)$	$\frac{p}{p^2 + \omega^2}$

Propriétés de la transformée de Laplace

$f(t)$	$F(p) = \mathcal{L}(f(t))$
$Kf(t)$	$KF(p)$
$f_1(t) + f_2(t)$	$F_1(p) + F_2(p)$
$\frac{d}{dt}f(t)$	$pF(p) - f(0)$
$\int_0^t f(\alpha)d\alpha$	$\frac{F(p)}{p}$
$f(t-T)$	$e^{-pT}F(p)$
$e^{-at}f(t)$	$F(p+a)$
$f(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} f(t)$	$\lim_{p \rightarrow 0} pF(p)$
$f(0) = \lim_{t \rightarrow 0} f(t)$	$\lim_{p \rightarrow \infty} pF(p)$
$\int_0^t f_1(\tau)f_2(t-\tau)d\tau$	$F_1(p)F_2(p)$