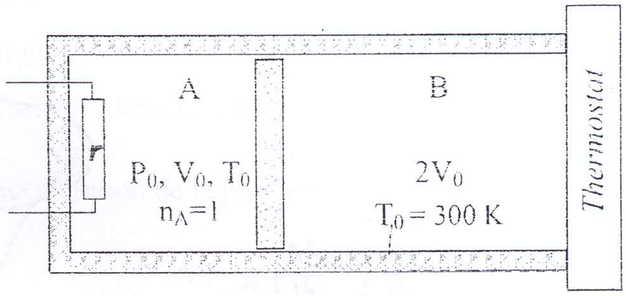
203 - 208

Institut Préparatoire aux Etudes d'Ingénieurs de Sfax	IPEIS	PT1 A.U : 2019-2020 Durée : 3 H
Devoir de Synthèse de Physique		

- *Les calculatrices sont autorisées.*
- *Les résultats littéraux doivent être encadrés.*

Exercice 1: (4 p5)

On considère le système thermodynamique suivant, en état d'équilibre initial, contenant des gaz parfaits :



$P_0 = 10^5$ Pa
$T_0 = 300$ K
$V_0 = 24,94$ l

On suppose que les parois des enceintes (A et B) sont rigides et adiabatiques. Le piston étant mobile et adiabatique. L'enceinte B est mise en contact avec un thermostat à la température T_0.

On chauffe lentement l'enceinte A jusqu'à la température finale $T_1 = 2T_0$ par la résistance chauffante r. Le système évolue vers un état d'équilibre final dans les deux enceintes. Les transformations seront considérées comme quasi-statiques.

On donne : $\gamma = 1.4 \quad et \quad R = 8.314\, J\, K^{-1}\, mol^{-1}$

(0,5) 1) Calculer le nombre de mole n_B du gaz continu dans l'enceinte B.

(0,5) 2) Déterminer les volumes finaux V_{1A} et V_{1B} des deux enceintes ainsi que la pression finale P_1.

(0,5) 3) Quelle est la nature de la transformation de l'enceinte B ?

(0,5) (0,5) (0,5) En déduire le travail échangé entre A et B et le transfert thermique Q_B échangé entre B et le thermostat.

(0,5) 4) Déterminer le transfert thermique Q_r fourni par la résistance chauffante.

Exercice 2: 12 p5

I. Cinématique

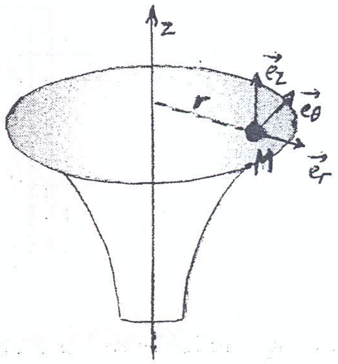
On étudie le mouvement d'une bille d'acier, de masse m, assimilée à un point matériel M sous l'action du champ de pesanteur $\vec{g}$, sur une surface hyperbolique (voir figure). La surface sur laquelle roule la bille est engendrée par une portion d'hyperbole :

$$z = \frac{-k}{r}$$

avec k une constante positive et $r > 0$.

La position d'un point matériel M sera définie par ses coordonnées cylindriques (r , θ, z).

On néglige les frottements. La réaction du support sur la bille est donc normale au support ($R_\theta = 0$).



Tous les résultats seront exprimés dans la base cylindrique.

0,5 1) Exprimer, dans la base cylindrique, le vecteur position $\overrightarrow{OM}$

0,5 0,5 2) Déterminer la vitesse $\vec{V}(M)$ et l'accélération $\vec{a}(M)$.

0,5 3) Démontrer l'expression suivante : $\vec{a}\cdot\vec{e}_\theta = \frac{1}{r}\frac{d}{dt}\left(r^2\frac{d\theta}{dt}\right)$

II. Dynamique

On considère un référentiel galiléen $\Re(Oxyz)$ associé au repère cartésien fixe $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

0,5 4) Faire un bilan des forces s'exerçant sur la bille dans le référentiel $\Re$.

1,5 5) Écrire le principe fondamental de la dynamique dans le référentiel $\Re$ et faire la projection dans la base cylindrique.

0,5 6) En déduire que la quantité $r^2\frac{d\theta}{dt}$ est une constante du mouvement qu'on notera C.

1 7) Exprimer le moment cinétique $\vec{L}_O$ en O, dans la base cylindrique. En déduire sa projection sur l'axe Oz

1 8) Déterminer le moment des forces $\vec{m}_O$ en O. Conclure.

1 9) Appliquer le théorème du moment cinétique et donner sa projection selon l'axe fixe Oz.

III. Étude énergétique

1,5 10) Exprimer l'énergie mécanique totale sous la forme suivante : $E_m = \frac{1}{2} m \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 \alpha(r) + Ep_{eff}(r)$

et expliciter $\alpha(r)$ et $Ep_{eff}(r)$: l'énergie potentielle effective.

0,5 11) Tracer l'allure de la courbe $Ep_{eff}(r)$ et indiquer les coordonnées des points particuliers.

1 12) En fonction de la valeur de l'énergie mécanique initiale E_0, discuter le caractère lié ou libre du mouvement.

0,5 13) Pour quelle valeur de r a-t-on un mouvement circulaire ?

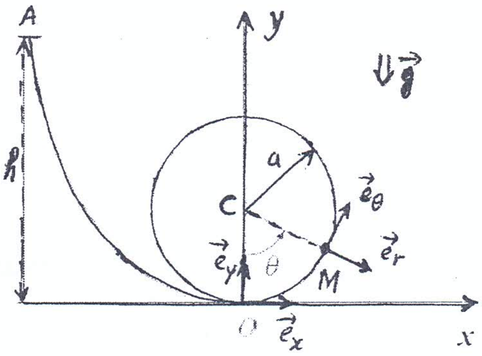
0,5 14) On lance la bille d'une distance r_0 avec une vitesse V_0. Préciser la direction et le module de V_0 pour obtenir le mouvement circulaire.

0,5 15) Déterminer l'expression de la période du mouvement (en fonction de r_0 et des autres données du problème).

Exercice 3: 5,5

Une bille, assimilée à un point matériel M de masse m, est lâchée sans vitesse initiale depuis le point A d'une gouttière situé à une hauteur h du point le plus bas O de la gouttière. Cette dernière est terminée en O par un guide circulaire de rayon a, disposé verticalement. La bille, dont on suppose que le mouvement a lieu sans frottement, peut éventuellement quitter la gouttière vers l'intérieur du cercle.

On désigne par $\vec{g}$ l'accélération de la pesanteur (voir figure ci-dessous).



0,5 1) Calculer la norme V_0 de la vitesse de la bille en O.

1 2) Exprimer la norme V_M de la vitesse de la bille en un point M quelconque du cercle repéré par l'angle θ.

1,5 3) Exprimer la réaction $\vec{R}$ du guide circulaire sur la bille en fonction de m, g, θ, h et a.

1 4) Déterminer la hauteur minimale h_{min} à partir de laquelle il faut lâcher la bille sans vitesse initiale pour qu'elle ait un mouvement circulaire dans le guide.

1 5) On lâche la bille sans vitesse initiale depuis une hauteur $h_0=2a$. Calculer, en degrés, la valeur θ_0 de l'angle θ pour laquelle la bille quitte le guide.

Barème : 21 ⇒ ex1 4 ex2 12 ex3 5