REPUBLIQUE TUNISIENNE

Ministère de l'enseignement Supérieure, de la recherche scientifique

الجمهورية التونسية

وزارة التعليم العالي

والبحث العلمي

Institut Préparatoire aux Etudes d'Ingénieurs de Sfax

المعهد التحضيري للدراسات الهندسية بصفاقس

Examen d'informatique

2ème semestre AU : 2019 – 2020

Date : 8 juillet 2020 ;	**Durée :** 1H ;	**Nombre de page :** 2 ;	**Sections :** MP1, PC1, PT1

*L'utilisation des calculatrices **n'est pas autorisée** pour cette épreuve.*

Implémentation. Dans ce sujet, nous adopterons la syntaxe du langage Python. On rappelle qu'en Python, il importe de bien respecter les indentations car elles permettent de définir des blocs.

Problème : Partitions

Une partition en k groupes d'un ensemble A à n éléments consiste en k sous ensemble disjoints non vides A_1, ..., A_k de A dont l'union est A tels que $A_1 \cup ... \cup A_k = A$ et pour tout $i \neq j$, $A_i \cap A_j = \phi$

Par exemple $A_1 = \{1, 3\}$, $A_2 = \{0, 4,5\}$, $A_3 = \{2\}$ est une partition en trois groupes de $A = |6|$.

Dans cette partie, nous implémentons une structure de données pour coder des partitions de $|n|$. Le principe de cette structure de données est que les éléments de chaque groupe sont structurés par une relation filiale : chaque élément a un unique parent choisi dans le groupe et l'unique élément du groupe qui est son propre parent est appelé le représentant du groupe.

La représentation filiale est symbolisée par une flèche allant de l'enfant au parent dans la figure 1.

Dans l'exemple de cette figure :

- 14 a pour parent 11 qui a pour parent 1 qui a pour parent 9 qui est le représentant du groupe.
- L'élément unique 10 forme un groupe d'un seul élément appelé **singleton**.

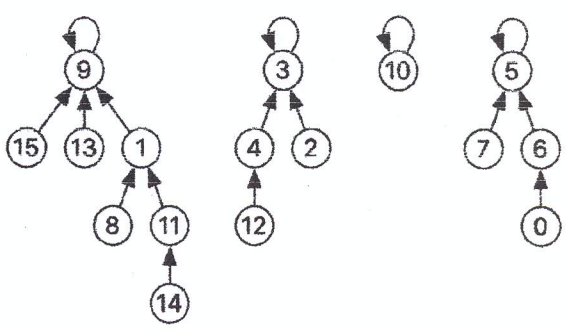

***Figure 1** – Une représentation filiale de la partition P en quatre groupes*

Pour coder cette structure, on utilise un dictionnaire où les clés sont les éléments et les valeurs sont leurs parents, par exemple, pour la partition de la figure 1, on a :

P={15:9,13:9,1:9,9:9, 8:1,11:1,14:11,3:3,4:3,2:3,12:4,10:10,7:5, 5:5,6:5,0:6}

Question 1. Ecrire une fonction ***creerPartitionsSingletons*** qui prend en paramètre un entier n et qui crée et renvoie la partition de |n| en n groupes où chaque groupe est formé d'un seul élément.

Question 2. Ecrire une fonction ***creerPartitionsN*** qui prend en paramètre un entier n et qui propose et renvoie la partition de |n| en un seul groupe de n éléments.

Question 3. Ecrire une fonction récursive ***representant(P , i)*** qui renvoie le représentant du groupe auquel appartient l'élément i dans la partition P. Par exemple, pour la partition P de la figure 1: ***representant(P, 11)*** renvoie l'élément 9.

Question 4. Ecrire une fonction ***du_meme_groupe(P, i)*** qui renvoie la liste des éléments du même groupe de l'élément i dans la partition P. Par exemple, pour la partition P de la figure 1: ***du_meme_groupe(P, 4)*** renvoie la liste [2,3,12].

Question 5. Ecrire une fonction ***representants_Partition(P)*** qui renvoie la liste des représentants de la partition P. Par exemple pour la partition P de la figure 1, ***representants_Partition(P)*** renvoie la liste [9,3,10,5].

Question 6. Ecrire une fonction ***taille_Partition(P)*** qui renvoie un dictionnaire ou les clés sont les représentants de la partition P et les valeurs sont la taille (nombre d'élément) de chaque groupe de P.

Par exemple pour la partition P de la figure 1, ***taille_Partition(P)*** renvoie ce dictionnaire : {3: 4, 5: 4, 9: 7, 10: 1}

Question 7. Pour réaliser la fusion de deux groupes désignées par l'un de leurs éléments i et j respectivement, on cherche les représentants p et q des deux groupes contenant i et j respectivement et rendre q le parent de p. Ecrire la fonction ***fusion (parent, i, j)*** qui modifie la partition parent pour fusionner les deux groupes contenant i et j respectivement.

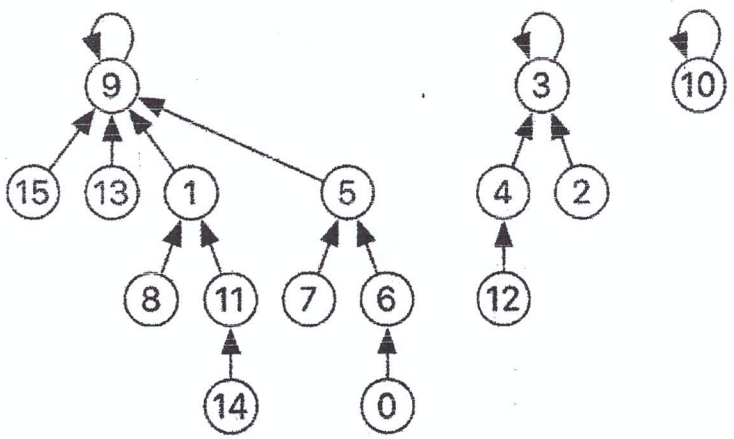

Figure 2– représentation filiale obtenue après la fusion des groupes contenant 14 et 6