I.P.E.I.S
Département de Préparation
au Concours Technologique

A-U : 2022/2023
PB1

DEVOIR N°2(CONTROLE)
(DUREE :1h30mn)

Exercice 1

Soit un point mobile M dans un référentiel galiléen. Ses coordonnées rapportés à un système d'axe R(O,X,Y,Z) sont, en fonction du temps :

$$\begin{cases} X = 2\cos(\omega t) \\ Y = 2(1+\sin(\omega t)) \\ Z = 0 \end{cases} \; ; \; \omega \text{ est une constante positive.}$$

1) Montrer que le mouvement de M est circulaire et uniforme.
2) Représenter alors la trajectoire de M dans R.
3) Déterminer le vecteur accélération de M. Préciser son sens.
4) Etablir la loi horaire S(t) du mouvement. S(t) étant l'abscisse curviligne du point M. L'origine du mouvement est fixé à l'instant t=0.
5) Donner les expressions des composantes tangentielle et normale de l'accélération du point M.
6) Déduire le rayon de courbure R_c de la trajectoire.

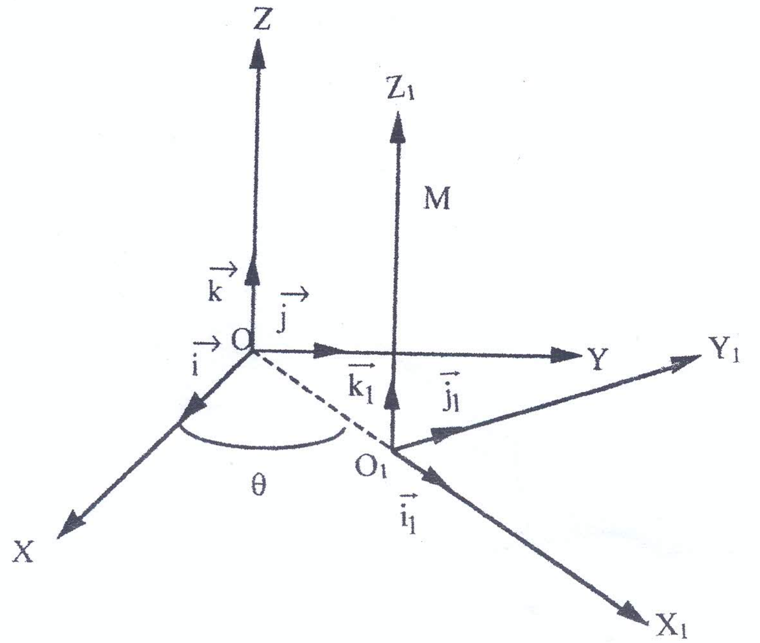
Exercice 2

un point matériel M se déplace sur l'axe O_1Z_1 d'un référentiel $R_1(O_1,X_1,Y_1,Z_1)$ suivant la loi $\overrightarrow{O_1M} = a\theta\overrightarrow{k_1}$ où a est une constante positive et θ est une fonction du temps vérifiant la relation $\theta(t) = \omega t$.

Le référentiel R_1 tourne avec une vitesse angulaire ω constante positive autour d'un référentiel absolu R(O,X,Y,Z) tel que $\overrightarrow{OO_1} = r\overrightarrow{i_1}$ soit contenu dans le plan XOY. L'axe O_1Z_1 reste constamment parallèle à l'axe OZ et r est une constante positive.

On pose $(\overrightarrow{OX}\,\widehat{,}\,\overrightarrow{OO_1}) = \theta = \omega t$.

La base mobile $(\overrightarrow{i_1}, \overrightarrow{j_1}, \overrightarrow{k_1})$ est associée au repère relatif R_1.



Tous les résultats seront exprimés dans la base $(\vec{i_1}, \vec{j_1}, \vec{k_1})$ associée au repère R_1.

1)

a) Quelle est la nature du mouvement de M par rapport au repère R_1.

b) Déterminer la vitesse $\vec{V_r}$ du point M par rapport à R_1.

c) Déterminer la vitesse d'entraînement $\vec{V_e}$ de R_1 par rapport à R.

d) En déduire les composantes de la vitesse absolue $\vec{V_a}$ du point M.

2)

a) Déterminer l'accélération $\vec{\gamma_r}$ de M par rapport à R_1.

b) Déterminer l'accélération d'entraînement $\vec{\gamma_e}$ de R_1 par rapport à R.

c) Déterminer l'accélération de Coriolis $\vec{\gamma_c}$ du point M.

d) En déduire les composantes de l'accélération absolue $\vec{\gamma_a}$ du point M.

3)

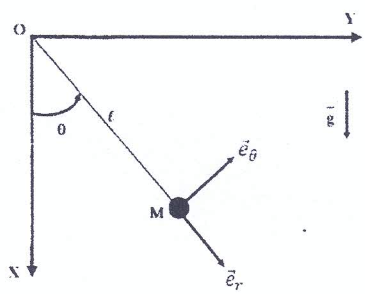
a) Exprimer les composantes du vecteur $\overrightarrow{OO_1}$ dans la base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ associée au repère R et déduire la trajectoire de l'origine O_1 du repère R_1 par rapport à R.

b) Déterminer l'expression du vecteur position $\overrightarrow{OM}$ du point matériel M dans R.

c) Montrer que le mouvement du point M par rapport à R est hélicoïdal.

Exercice 3

On considère un pendule simple constitué d'une bille ponctuelle M de masse m, accrochée à un fil inextensible de longueur ℓ et de masse négligeable. Son mouvement a lieu dans le plan vertical (XOY) d'un référentiel fixe R(O,X,Y,Z). On écarte le pendule d'un angle θ_0 de sa position d'équilibre verticale et on le lâche sans vitesse initiale. Les forces de frottement sont supposées négligeables. L'ensemble est situé dans le champ de pesanteur terrestre $\vec{g}$ considéré comme uniforme.



Tous les résultats seront exprimés dans la base cylindrique $(\vec{e_r}, \vec{e_\theta}, \vec{k})$.

1) Déterminer l'expression du vecteur position $\overrightarrow{OM}$ de la bille.

2) Calculer $\overrightarrow{v_{/R}}(M)$ et $\overrightarrow{\gamma_{/R}}(M)$ respectivement les vecteurs vitesse et accélération de M par rapport à R.

3) Exprimer les forces appliquées à la bille M.

4) Ecrire la relation fondamentale de la dynamique appliquée à la bille M dans le référentiel R.

5) Projeter cette relation et déduire l'équation différentielle du mouvement de la bille M dans le cas des faibles oscillations.

6) Donner alors la loi horaire $\theta(t)$.