

Devoir de synthèse N°2

Durée : 2 H

NB : Aucun document n'est autorisé et l'usage de la calculatrice est interdit.EXERCICE N°1 :

- 1) Calculer les primitives suivantes :

$$I = \int \frac{\cos x}{\sin x} dx ; \quad J = \int \sin x \cos x dx ; \quad K = \int \sin^2 x dx$$

- 2) Résoudre les équations différentielles suivantes dans l'intervalle I :

$$A/ E1 : y' + (\tan x)y = \cos x \quad \text{ou} \quad I = ]-\frac{\pi}{2} ; \frac{\pi}{2}[$$

$$B/ E2 : y'' + y = \sin x \quad \text{ou} \quad I = \mathbb{R}$$

EXERCICE N°2 :

On considère les équations différentielles suivantes :

$$(E) : y' = y(1 - y) \text{ d'inconnu } y$$

$$(E') : Z' = 1 - Z \text{ d'inconnu } Z$$

$$\text{On pose } Z = \frac{1}{y}$$

- 1) Effectuer le changement de l'inconnu précédent dans l'équation différentielle E et vérifier que E se ramène à l'équation E'.
- 2) Résoudre l'équation différentielle (E').
- 3) Dédire les solutions de l'équation différentielle E.

EXERCICE N°3 :

$$\text{Soit } G(x) = \frac{1}{2} \int_{\frac{1}{x}}^x \frac{\ln(t)}{1+t^2} dt$$

- 1) Montrer que G est définie et dérivable sur  $\mathbb{R}_+^*$ .
- 2) Calculer  $G(1)$ .
- 3) Montrer que  $G'(x) = 0 \quad \forall x > 0$ .
- 4) Dédire une écriture plus simple pour la fonction G.