



DOSSIER

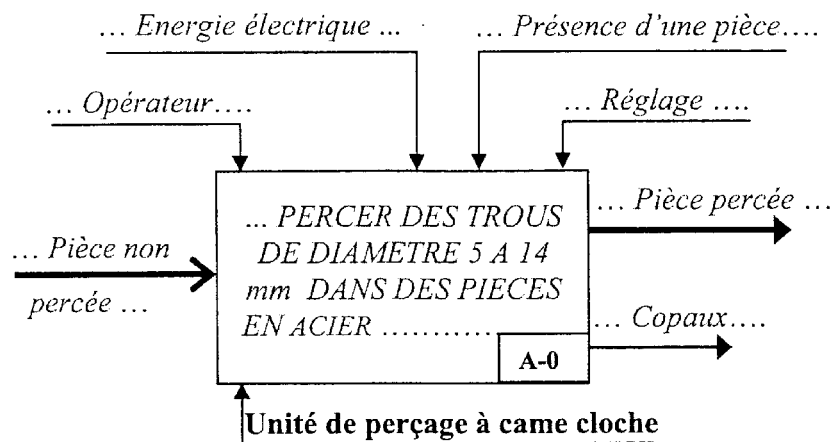
DOCUMENT REPONSE

- ✓ Ce dossier comporte 25 pages numérotées de 1 à 25 :
 - Partie A - Technologie de Conception : Pages 1 à 8 ;
 - Partie B - Technologie de Production : Pages 9 à 15 ;
 - Partie C - Mécanique & RDM : Pages 16 à 19 ;
 - Partie D – Automatique : Pages 20 à 25 ;
- ✓ Un seul dossier document réponse est fourni au candidat et doit être rendu, en totalité, même sans réponses à la fin de l'épreuve.
- ✓ Le renouvellement de ce dossier est interdit.

PARTIE A - TECHNOLOGIE DE CONCEPTION

A.1. ANALYSE FONCTIONNELLE :

Compléter l'Actigramme A-0 de l'unité de perçage :



A.2. ETUDE TECHNOLOGIQUE :

A.2.1- Rôles des pièces : Quel est le rôle de chacun des organes suivants ?

Organes	Rôle
(19) Réduire les frottement de glissement
(6) Etanchéité : Empêcher la sortie du lubrifiant et l'entrée des poussières
(16) Supporter (encaisser) les charges axiales
(11) Assurer le maintient de contact came cloche (24) – galet (19)
(39) rattrapage de jeu au niveau de la liaison glissière entre (10) et (5)
(22) et (23) La vis (22) assure le réglage de la position initiale du foret par rapport à la pièce à percer et le contre-écrou (23) assure le verrouillage

A.2.2- Ajustements : Proposer des ajustements pour les assemblages suivants :

Assemblage	(12) - (18)	(12) - (17)	(17) - (5)	(6) - (7)
Ajustement	Ø16...k6...	Ø34...H7.....	Ø46...H7h6...	Ø24...h11.....

A.2.3- Transmission par roue et vis sans fin (9) - (3) :

A.2.3.1- Quel réglage faut-il prévoir pour que cet engrenage soit fonctionnel ?

..... L'axe de la vis sans fin doit être (théoriquement) dans le plan médian des dentures de la roue

A.2.3.2- Par quel élément est assuré ce réglage ?

..... Les cales de réglage (15)

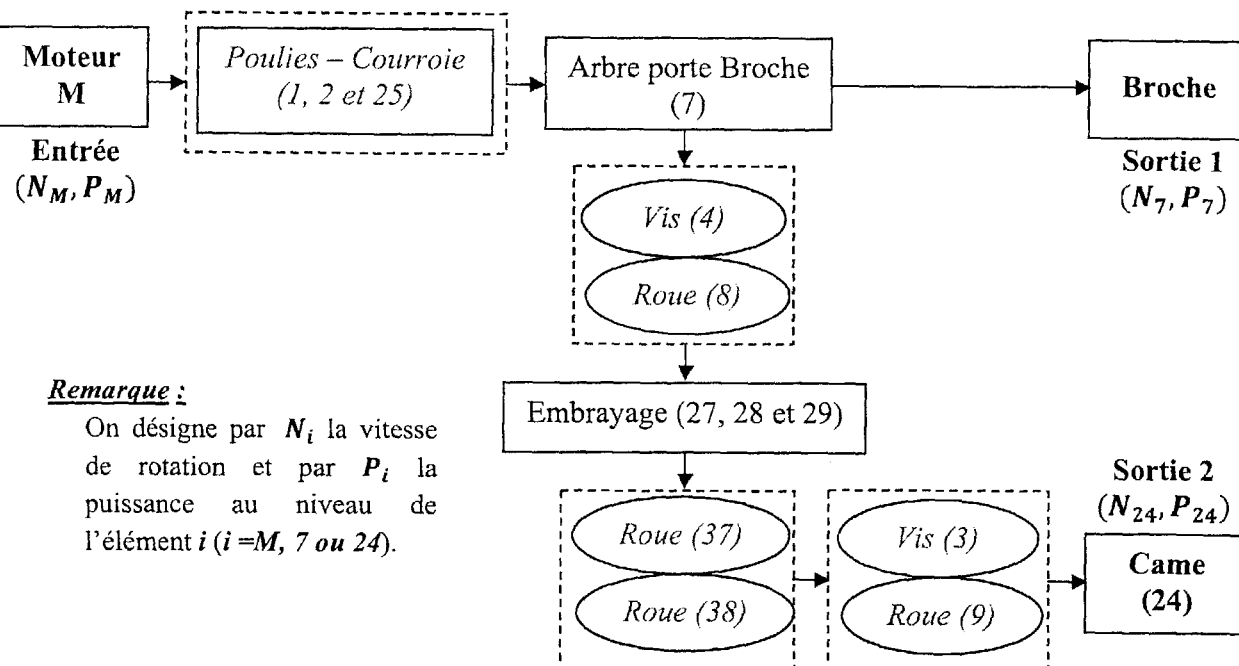
A.2.3.3- Citer l'avantage principal et l'inconvénient majeur de ce type d'engrenage.

➤ **Avantage :** Réduction importante

➤ **Inconvénient :** Rendement très faible

A.3. ETUDE DES CHAINES DE TRANSMISSION DE MOUVEMENT ET DE PUISSANCE :

A.3.1- Diagramme de transmission de mouvement et de puissance : Compléter la chaîne de transmission suivante :



A.3.2- Transmission de mouvement :

A.3.2.1- Exprimer, en fonction des diamètres primitifs d_1 et d_2 des poulies 3 gorges (1) et (2), les rapports des transmissions, supposées sans glissement, suivants :

$$i_1 = \frac{N_7}{N_M} = \dots \frac{d_1}{d_2} \dots$$

$$i_2 = \frac{N_{24}}{N_M} = \dots \frac{d_1}{d_2} \frac{1}{19} \frac{24}{47} \frac{1}{20} \dots = \dots 0,001344 \frac{d_1}{d_2} \dots$$

A.3.2.2- Comme les bouts de l'arbre moteur et de l'arbre (7) sont de même diamètre, il est possible d'intervertir (permuter) les deux poulies. Compléter alors, en fonction de la disposition des poulies (1) et (2) et de la courroie (25), le tableau de gamme des vitesses suivant :

d_1 (mm)	40	52	58	60	65	76
d_2 (mm)	76	65	60	58	52	40
N_7 (tr/mn)	790	1200	1450	1552	1875	2850
N_{24} (tr/mn)	1,06	1,61	1,95	2,08	2,52	3,83

A.3.3- Transformation de mouvement (Etude du mouvement d'avance) :

Voir description du profil de la came : Dossier Présentation, Données et Hypothèses - Page 5.

Soit N_{24} la vitesse de rotation, en tours par minute (tr/mn), de la came cloche (24).

A.3.3.1- Déterminer, en fonction de N_{24} , le temps t (en minutes) alloué à la phase de perçage :

$$\dots\dots\dots \theta = \omega t \Leftrightarrow t = \frac{\theta}{\omega} = \frac{3/4}{N_{24}} = \frac{3}{4N_{24}} \dots\dots\dots$$

$\dots\dots\dots$ ou par règle de trois $\dots\dots\dots$

$$t = \dots \frac{3}{4N_{24}} \dots mn$$

A.3.3.2- Exprimer, en fonction de N_{24} , la vitesse d'avance V_a (en mm/mn) pendant la phase de perçage :

$$\dots\dots\dots x = V_a t \Leftrightarrow V_a = \frac{x}{t} = 60 \frac{4N_{24}}{3} = 80N_{24} \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots V_a = \dots 80N_{24} \dots mm/mn$$

A.3.3.3- Compléter alors, pour les vitesses N_{24} données, le tableau de gamme des vitesses d'avance V_a pendant la phase de perçage :

N_{24} (tr/mn)	1,06	1,5	2	2,5	3	4
V_a (mm/mn)	85	120	160	200	240	320

A.3.4- Transmission de puissance : Phase de perçage

A.3.4.1- Déterminer la puissance P_2 au niveau de la poulie 3 gorges (2):

$$\dots\dots\dots P_2 = \eta_1 P_M = 0,85 \times 736 = 625,6 \text{ W} \dots\dots\dots$$

$$P_2 = \dots 625,6 \dots W$$

A.3.4.2- Sachant que 80% de la puissance P_2 est fournie à l'arbre porte broche (7) et 20% à la came (24). Calculer les puissances P_7 au niveau de (7) et P_{24} au niveau de (24) :

$$\dots\dots\dots P_7 = P_2 \times 80\% \cong 500,5 \text{ W} \dots\dots\dots$$

$$P_7 = \dots 500,5 \dots W$$

$$\dots\dots\dots P_{24} = \eta_2 \times \eta_1 \times P_2 \times 20\% \cong 40,5 \text{ W} \dots\dots\dots$$

$$P_{24} = \dots 40,5 \dots W$$

A.3.4.3- Déterminer le couple maximal au niveau de l'arbre porte broche (7) :

$$\dots\dots\dots P_7 = C_7 \omega_7 = C_7 \frac{\pi N_7}{30} \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots C_{7Max} = \frac{30 P_7}{\pi N_{7min}} = \frac{30 \times 500,5}{\pi \times 790} \cong 6 \text{ mN} \dots\dots\dots$$

$$C_{7Max} = \dots 6 \dots mN$$

A.3.4.4- Si on néglige les frottements dans les liaisons et l'action des ressorts (11), déterminer la force d'avance maximale F_{aMax} pouvant être exercée par l'unité de perçage :

$$P_{24} = F_a V_a \Rightarrow F_{aMax} = \frac{P_{24}}{V_{amin}} = \frac{40,5}{85} 60 \cdot 10^3 \cong 28588 \text{ N}$$

$$F_{aMax} \cong \dots 28,5 \dots \text{KN}$$

A.4- Embrayage électromagnétique (27, 28, 29) :

A.4.1- Quelle est la liaison entre (27) et (36) ? Par quoi elle est assurée ?

..... *Glissière de direction \vec{Y} assurée par cannelures*

A.4.2- Le guidage en rotation de (36) par rapport à (5) est réalisé par deux roulements (42) et (43) alors que le guidage en rotation de (31) par rapport à (36) est réalisé par deux coussinets (41) et (44). Pourquoi ?

..... *Au cours de fonctionnement la rotation de (36) par rapport à (5) est permanente alors que la rotation de (36) par rapport à (31) est temporaire puisque l'activation de l'embrayage (phase d'usinage) transforme ce pivot en encastrement*

A.4.3- Sachant que le couple maximal transmis par l'embrayage de l'arbre (36) à l'arbre (31) est $C_{Max} = 17,3 \text{ Nm}$, Calculer l'effort presseur maximal F_{Max} appliqué sur le flasque (28) :

$$C_{adh} = \frac{2}{3} F_{Max} f \frac{R^3 - r^3}{R^2 - r^2} = C_{Max}$$

$$F_{Max} = \frac{3}{2f} \frac{R^2 - r^2}{R^3 - r^3} C_{Max}$$

$$F_{Max} = \dots 2558 \dots \text{N}$$

A.4.4- Vérifier la résistance de la garniture du disque (27) à la pression de contact :

$$P = \frac{F_{Max}}{S} = \frac{F_{Max}}{\pi(R^2 - r^2)} = 1,5 \text{ MPa} \dots P < P_{Max.adm} = 2 \text{ MPa} \dots$$

..... *la garniture résiste à la pression de contact.*

A.4.5- L'encastrement entre le flasque (28) et l'arbre (31) est assuré par la goupille (30). Sachant que $d_{31} = 8 \text{ mm}$, déterminer la section minimale S_{30} de cette goupille pour assurer sa fonction en toute sécurité :

$$T = \sqrt{T_1^2 + T_2^2} \text{ avec } T_1 = F_{Max} = 2558 \text{ N et } T_2 = \frac{C_{Max}}{r} = 4325 \text{ N} \dots (r = \frac{d_{31}}{2} = 4 \text{ mm}) \dots$$

$$S_{30} \geq \frac{T}{2R_{pg}} = \frac{5025}{400} = 12,56 \text{ mm}^2 \text{ (} d_{30} \geq 4 \text{ mm) } \dots$$

$$S_{30} \geq \dots 12,56 \dots \text{mm}^2$$

A.5. ETUDE DE LA TRANSMISSION PAR POULIES-COURROIE (1, 2, 25) :

Voir Aide mémoire : Dossier Présentation, Données et Hypothèses - Page 4.

A.5.1- Sachant que le moteur (26) est articulé autour de l'axe (40). Par quoi est assuré le réglage de la tension de pose de la courroie :

Le réglage est assuré par ...La vis 46... et le verrouillage par ...Le contre écrou 45...

A.5.2- Calcul des tensions T et t aux niveaux du Brin-tendu et du brin-mou de la courroie (25) :

A.5.2.1- Exprimer, en fonction des tensions T et t et du diamètre d_1 , le couple moteur C_M :

$$C_M = \dots\dots\dots \frac{d_1}{2} (T - t) \dots\dots\dots$$

On considère le cas où $d_1 = 40 \text{ mm}$ et $d_2 = 76 \text{ mm}$ et on donne l'entraxe $a = 106 \text{ mm}$ et le coefficient de frottement poulie-courroie $f = 0,2$.

A.5.2.2- Déterminer la valeur, en degrés ($^\circ$) puis en radian (rad), de l'angle d'enroulement θ :

$$\theta = \dots 160,44.^\circ = \dots 2,8 \dots \text{ rad}$$

A.5.2.3- En négligeant la tension due à la force centrifuge, Calculer le rapport des tensions :

$$\frac{T}{t} = \dots\dots\dots 5,14 \dots\dots$$

A.5.2.4- Calculer alors les modules des tensions T et t :

$$\dots\dots\dots C_M = \frac{30P_M}{\pi N_M} = \frac{30 \times 736}{\pi \times 1500} \cong 4,7 \text{ mN} \dots\dots\dots$$

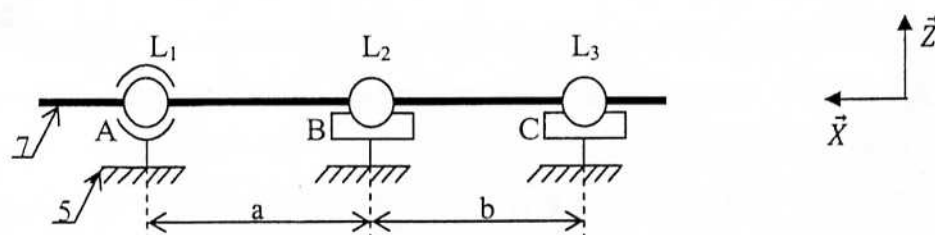
$$T = \dots 292 \dots \text{ N}$$

$$\dots\dots\dots 20(T - t) = 4700 \text{ et } T = 5,14t \dots\dots\dots$$

$$t = \dots 57 \dots \text{ N}$$

A.6. ETUDE DU GUIDAGE EN ROTATION DE (7) PAR RAPPORT A (5) :

La liaison de l'arbre porte broche (7) avec le carter (5) est modélisée par le schéma ci-dessous :



A.6.1- Ecrire les torseurs des actions mécaniques transmissibles par chacune des liaisons L_1 , L_2 et L_3

$$\{T_1\} = \left\{ \begin{array}{c|c} X_1 & 0 \\ Y_1 & 0 \\ Z_1 & 0 \end{array} \right\}_A$$

$$\{T_2\} = \left\{ \begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ Y_2 & 0 \\ Z_2 & 0 \end{array} \right\}_B$$

$$\{T_3\} = \left\{ \begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ Y_3 & 0 \\ Z_3 & 0 \end{array} \right\}_C$$

A.6.2- Le torseur des actions mécaniques transmissibles par la liaison équivalente à ces trois

liaisons est défini, au point B, par : $\{T_{eq}\} = \left\{ \begin{matrix} X \\ Y \\ Z \end{matrix} \middle| \begin{matrix} L \\ M \\ N \end{matrix} \right\}_B$. Exprimer les composantes scalaires de ce

torseur en fonction des composantes scalaires des torseurs $\{T_1\}$, $\{T_2\}$ et $\{T_3\}$:

.....
 $\vec{M}_{1B} = aZ_1\vec{Y} - aY_1\vec{Z}$

.....
 $\vec{M}_{3B} = -bZ_3\vec{Y} + bY_3\vec{Z}$

$$\begin{cases} X = X_1 \\ Y = Y_1 + Y_2 + Y_3 \\ Z = Z_1 + Z_2 + Z_3 \end{cases} \text{ et } \begin{cases} L = 0 \\ M = aZ_1 - bZ_3 \\ N = -aY_1 + bY_3 \end{cases}$$

A.6.3- Déduire la nature de la liaison équivalente (5) – (7) :

..... Pivot d'axe (B, \vec{x})

A.6.4- Déterminer le degré d'hyperstatisme h de cette liaison équivalente :

..... $h = N_S - r_S = 7 - 5 = 2$ ou $h = m + N_S - 6(n - 1) = 1 + 7 - 6 = 2$

$h = \dots 2 \dots$

A.6.5- Quelles sont les inconnues hyperstatiques ?

..... Y_1 ou Y_2 ou Y_3 et Z_1 ou Z_2 ou Z_3

A.7. ETUDE DE L'ARC-BOUTEMENT DE L'ARBRE (21) :

Voir Dossier Présentation, Données et Hypothèses - Page 5.

A.7.1- Ecrire les équations scalaires traduisant l'équilibre statique de (21) (PFS au point O) et exprimer F en fonction de N , h , L et φ :

... $F - N - A_x - B_x = 0$ (1)

... $A_z - B_z = 0$ (2)

... $FL + \frac{a}{2}A_x - hB_z - \frac{a}{2}B_x = 0$... \leftrightarrow ... $FL - hB_z = 0$ (3)

..... $A_x = A_z \cdot \tan \varphi$... et ... $B_x = B_z \cdot \tan \varphi$

$$F = \dots \frac{h \cdot N}{h - 2L \tan \varphi} \dots$$

A.7.2- Déduire alors la condition à respecter pour éviter l'arc-boutement (coincement) de (21) :

..... $F > 0$ soit donc $h > 2L \tan \varphi$

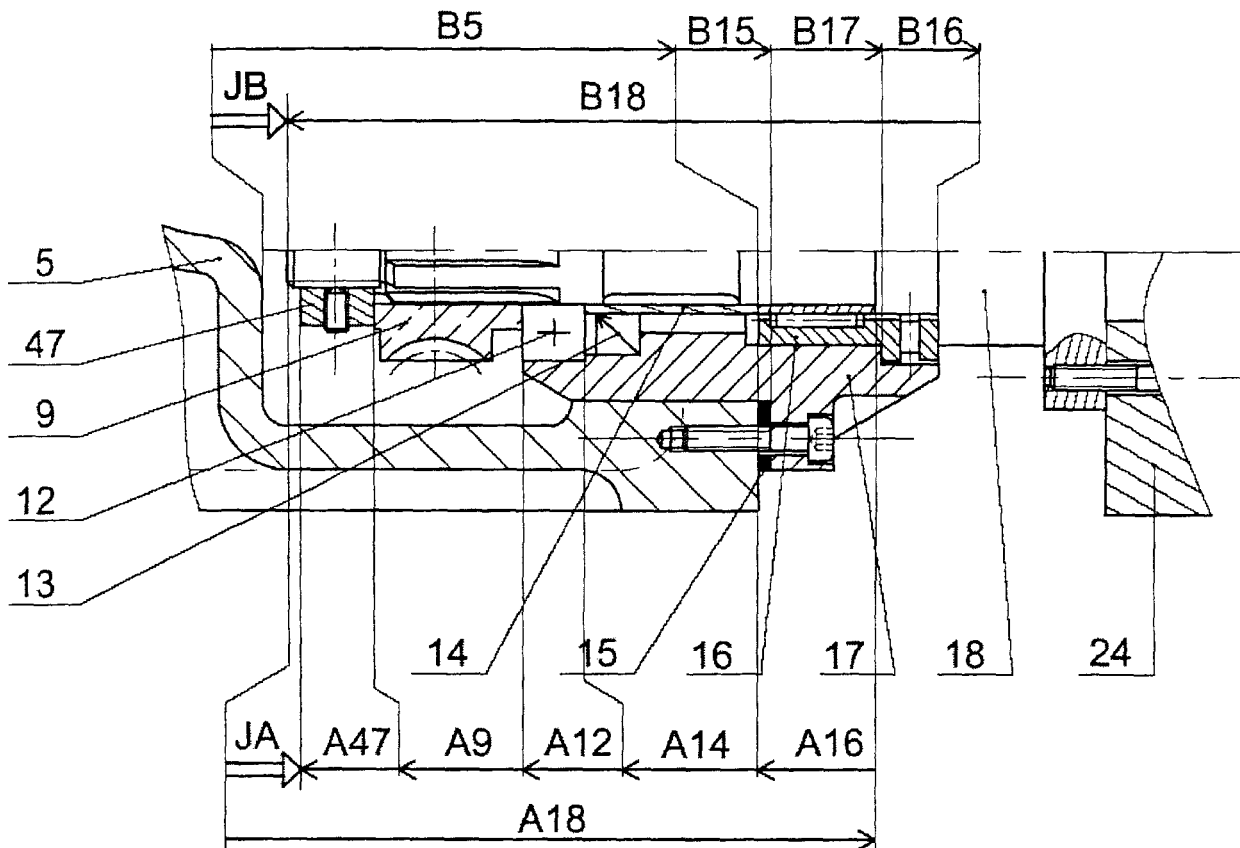
A.7.3- Vérifier, par mesure directe sur le dessin d'ensemble (Document 1), si cette condition a été respectée ou non ? on prendra $f = \tan(\varphi) = 0,1$:

..... $h = 32 \text{ mm}$ $L = 24 \text{ mm}$ \leftrightarrow ... $2L \tan \varphi = 4,8 \text{ mm}$

..... donc la condition est respectée

A.8. COTATION FONCTIONNELLE :

A.8.1- Tracer la chaîne de côtes relative au jeu J_B :



A.8.2- Etablir l'expression permettant de déterminer le jeu minimal J_{Amin} .

$$J_{Amin} = \dots\dots A18_{min} - A47_{max} - A9_{max} - A12_{max} - A14_{max} - A16_{max} \dots\dots\dots$$

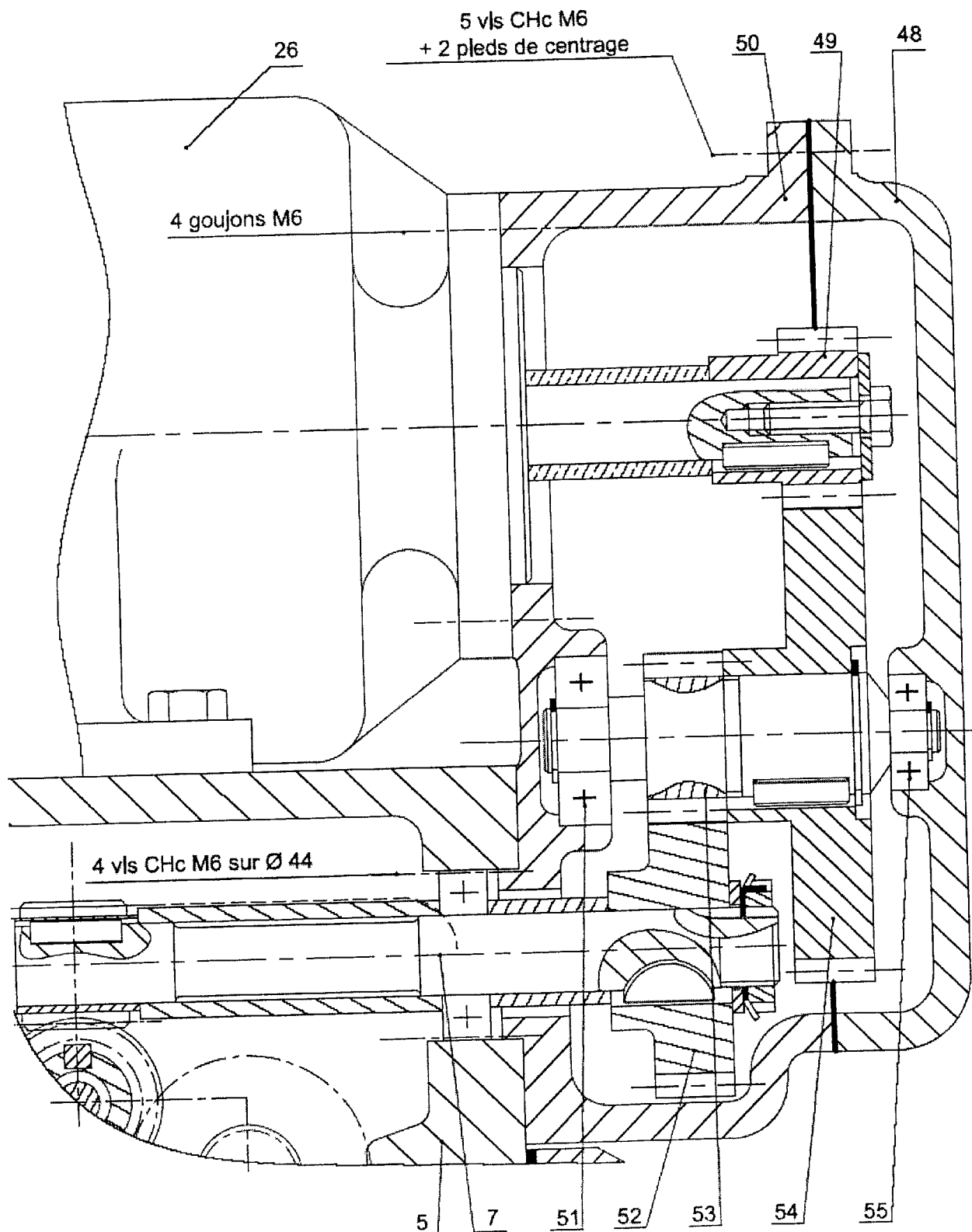
A.9. ETUDE GRAPHIQUE :

La transmission par poulies-courroie ne permet pas d'obtenir un nombre suffisant de vitesses. On se propose alors de remplacer cette transmission par un train d'engrenages à dentures droites à deux étages :

- Le premier étage est formé du pignon (49) et de la roue (54) interchangeables et facilement démontables ;
- Le deuxième étage est formé du pignon arbré (53) et de la roue (52) permanents.

On vous demande de compléter le dessin en coupe en étudiant les points suivants :

- La liaison complète démontable du pignon (49) avec l'arbre du moteur (26) ;
- La liaison complète démontable de la roue (54) avec le pignon arbré (53) sans démontage du roulement (55) ;
- Le montage des roulements (51) et (55).



PARTIE B - TECHNOLOGIE DE PRODUCTION

B.1. CHOIX DU MATERIAU :

B.1.1. Justifier l'utilisation du matériau **EN-GJL-100** pour le boîtier (17) :

..... *Bonne moulabilité et bonne usinabilité*

B.1.2. Donner la signification de cette désignation symbolique :

Symbole	Signification
EN <i>Préfixe pour les fontes</i>
GJL <i>Fonte à graphite lamellaire</i>
100 <i>Résistance minimale à la rupture par traction en MPa</i>

B.1.3. Au cas où on veut améliorer les caractéristiques mécaniques du boîtier (17), choisir le matériau qui vous semble le mieux adapté au moulage parmi les matériaux proposés.

➤ Cocher (X) dans la case correspondante au matériau choisi :

.... X 30 Cr 13

.... GE 360

.... 55 Cr 13

.X. EN-GJMB-550-4

➤ Justifier votre choix :

..... *Fonte malléable - Limite minimale élastique à l'extension importante*

..... *Meilleure caractéristiques mécaniques*

B.2. OBTENTION DU BRUT : Voir Dossier Présentation, Données et Hypothèses - page 6.

B.2.1. Citer trois propriétés, auxquelles doit répondre le mélange de sable de fonderie :

..... *Résister à la température de coulée élevée du métal*

..... *Résister à l'érosion du métal liquide*

..... *Ne pas s'opposer au passage des gaz produits (être perméable aux gaz)*

.....

B.2.2. Quel traitement thermique peut-on pratiquer sur cette pièce moulée avant usinage ? Justifier son intérêt.

Traitement	Intérêt
..... <i>Recuit</i> <i>abaisser la dureté par moulage</i>
..... <i>affiner les grains</i>

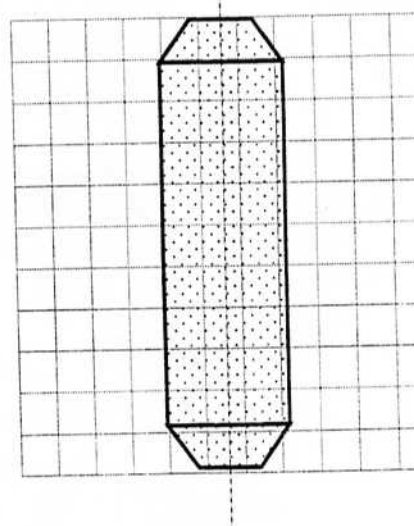
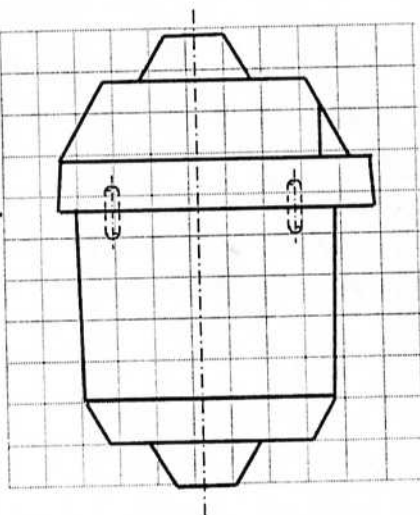
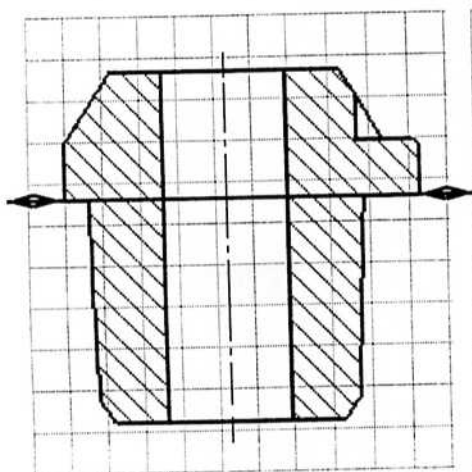
B.2.3. Compléter ci-dessous :

- le plan de joint le mieux approprié sur le dessin du brut du boîtier (17);
- le dessin du modèle en bois ;
- le dessin du noyau en sable.

Dessin du brut du boîtier

Dessin du modèle

Dessin du noyau



B.2.4. Calculer les cotes du modèle $C_{Modèle}$ et la cote du noyau C_{noyau} , relatives aux cotes usinées du boîtier (17) (document B1).

Cote	Détails de calcul	Cote du modèle ; Cm
64 $(64 + 4) \times (1 + 0,012)$	$C_{Modèle} = \dots\dots 68,8\dots\dots$
Ø50 $(50 + 4) \times (1 + 0,012)$	$C_{Modèle} = \dots\dots 54,65\dots\dots$
Ø30 $(30 - 4) \times (1 - 0,012)$	$C_{noyau} = \dots\dots 25,68\dots\dots$

B.2.5. Citer trois défauts pouvant être rencontrés dans les pièces moulées en général :

..... Les criques

..... Les piqûres ou soufflures

..... Les retirures

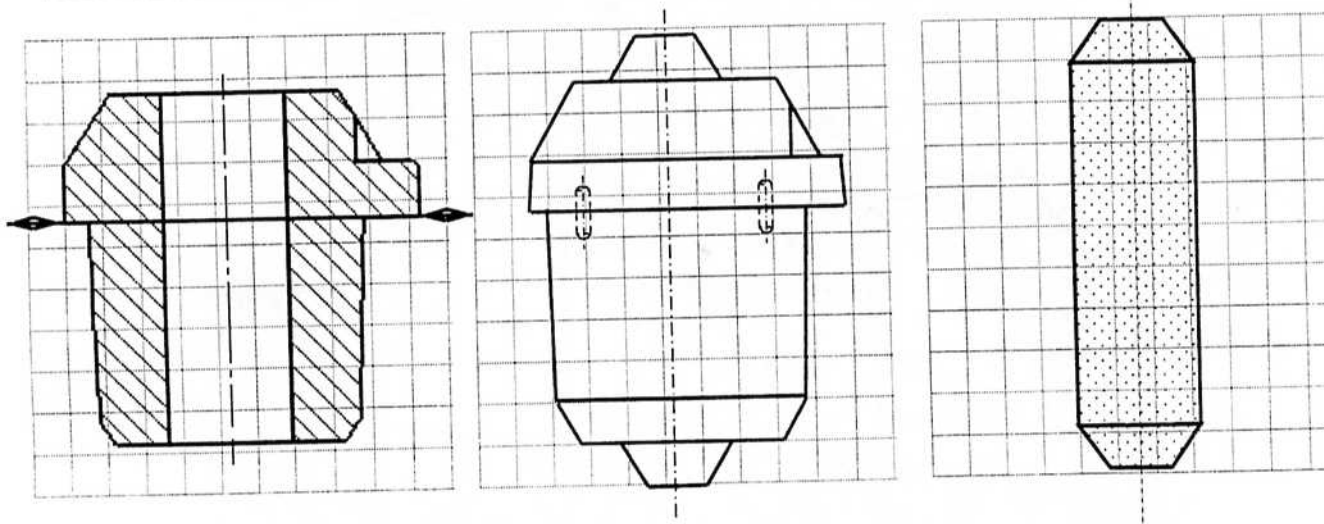
B.2.3. Compléter ci-dessous :

- le plan de joint le mieux approprié sur le dessin du brut du boîtier (17);
- le dessin du modèle en bois ;
- le dessin du noyau en sable.

Dessin du brut du boîtier

Dessin du modèle

Dessin du noyau



B.2.4. Calculer les cotes du modèle $C_{Modèle}$ et la cote du noyau C_{noyau} , relatives aux cotes usinées du boîtier (17) (document B1).

Cote	Détails de calcul	Cote du modèle ; Cm
64 $(64 + 4) \times (1 + 0,012)$	$C_{Modèle} = \dots\dots 68,8\dots\dots$
Ø50 $(50 + 4) \times (1 + 0,012)$	$C_{Modèle} = \dots\dots 54,65\dots\dots$
Ø30 $(30 - 4) \times (1 - 0,012)$	$C_{noyau} = \dots\dots 25,68\dots\dots$

B.2.5. Citer trois défauts pouvant être rencontrés dans les pièces moulées en général :

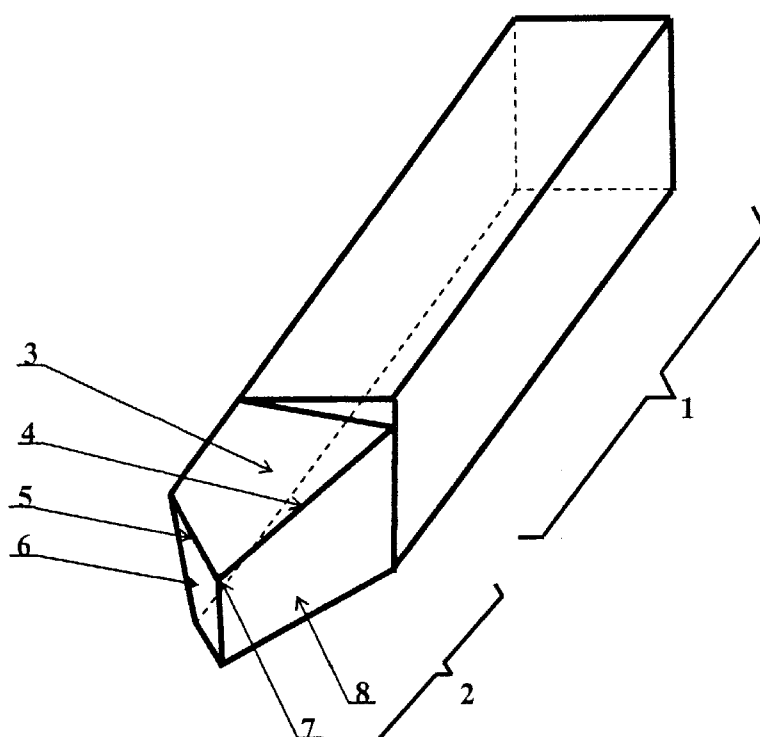
..... Les criques

..... Les piqûres ou soufflures

..... Les retirures

B.3. ETUDE TECHNOLOGIQUE :

La figure ci-dessous représente un outil de coupe de tournage en Acier Rapide Supérieur (ARS).



B.3.1. Nommer chaque détail et préciser son rôle lors de l'usinage :

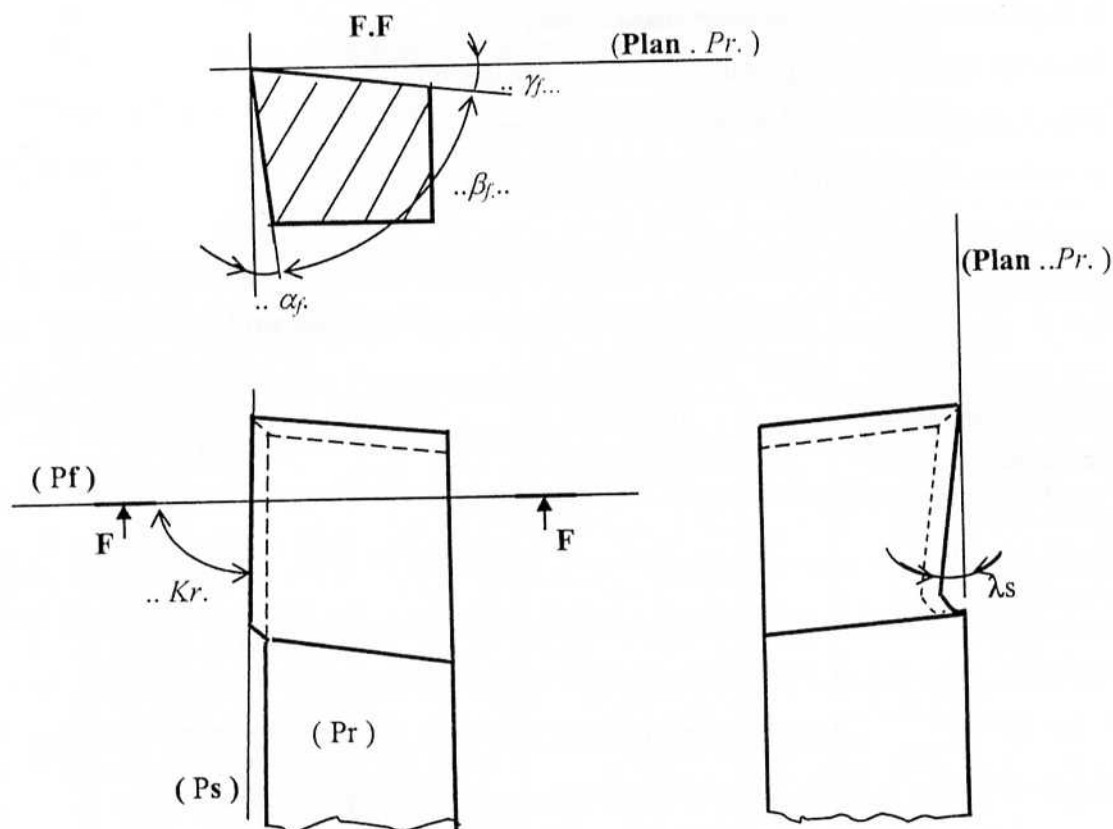
Détail	Nom	Rôle
1 Le corps Positionner et orienter l'outil
2 La partie active.... Détacher et orienter le copeau
3 La face de coupe faciliter l'écoulement du copeau
4	... L'arête de coupe principale Cisailier le métal
5	Arête secondaire	Eviter de talonner (frotter) sur la surface générée.
6	Face de dépouille secondaire	
7 Le bec de l'outil Générer la surface à obtenir
8	... La face de dépouille principale Eviter de talonner sur la surface usinée

B.3.2. Pourquoi certains outils en ARS sont revêtus d'une couche de nitrure de titane ?

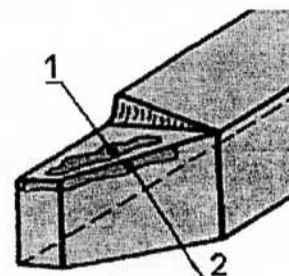
..... Pour donner à l'outil une résistance à l'usure et augmenter sa durée de vie

.....

B.3.3. La figure ci-dessous représente la géométrie de la partie active d'un outil à charioter droit (outil en main), définie partiellement par le plan de référence (Pr), le plan d'avance (Pf) et le plan d'arrêt (Ps). Compléter sur la figure les angles et les plans restants.



B.3.4. Différents types d'usures peuvent se manifester au niveau de la partie active de l'outil de coupe lors de l'usinage ; donner le type et les causes de chacune des usures indiquées sur la figure ci-contre.



Usure	Type	Causes
1 Usure en cratère Conditions de coupes inadaptées Nuance du matériau outil peu résistante
2	.. Usure en dépouille Outil au dessus du centre Avance inadaptée

B.4. ETUDE DE FABRICATION : Voir Dossier Présentation, Données et Hypothèses - page 6.

On s'intéresse à la réalisation de **la phase 20**. Rédiger cette phase, sur la feuille de projet d'usinage d'usinage, en précisant :

- la mise en position de la pièce (isostatisme) ;
- les opérations d'usinage dans l'ordre de réalisation ;
- le porte pièce, les outils et les moyens de contrôle ;
- les cotes de fabrication Cf (sans faire de calculs).

Ensemble : Unité de perçage. Élément : Boîtier.		Nombre : 500 Matière : EN-GJL-100. Brut : Moulé en sable.		Feuille de projet d'usinage
N° Ph	Désignations des phases et des opérations	M.O	Outillages Vérificateurs	Croquis
20	Référentiel défini par : - Centrage court 1 et 2. - Appui plan 3, 4 et 5. Serrage opposé aux appuis.	TCN Mandrin à 3 mors doux Outil à : - dresser - aléser dre. éb. - aléser dre. fin.	
	a) Dressage de 14 : Cf1 b) Alésage ébauche de 8. c) Alésage ébauche de 10. d) Alésage finition de 10 : 2Cf2 , Cf3 e) Alésage finition de 8 : 2Cf4 , Cf5		- PC au 1/50 ^{ème} - JP - Micromètre d'intérieur 25-50	

B.5. ETUDE DE LA COUPE : Voir Dossier Présentation, Données et Hypothèses - page 6.**B.5.1.** Calculer le temps de coupe T_c pour une pièce :

$$..... T_c = \frac{L}{V_f} ; \text{ et } V_f = F \times N = F \frac{1000 V_c}{\pi D}$$

$$...1^{ère} \text{ passe ébauche : } L_1 = 28 \text{ mm ; } V_f = 237 \text{ mm/mn} T_c = 0,118$$

$$...2^{ème} \text{ passe ébauche : } L_2 = 10 \text{ mm ; } V_f = 215 \text{ mm/mn} T_c = 0,046$$

$$...3^{ème} \text{ passe ébauche : } L_3 = 10 \text{ mm ; } V_f = 196 \text{ mm/mn} T_c = 0,051$$

$$T_c = .. 0,215.. \text{ mn}$$

B.5.2. Calculer l'effort de coupe F_c lors de l'usinage :

$$..... F_c = K_s \times f \times a_p = 280 \times 0,12 \times 1,5 = 50,4 \text{ daN}$$

$$F_c = 50,4.. \text{ daN}$$

B.5.3. Calculer la puissance P_c nécessaire à la coupe :

$$..... P_c = F_c \times V_c = 504 \times 180 / 60 \times 1000 = 1,512 \text{ kW}$$

$$P_c = ... 1,512.. \text{ kW}$$

B.5.4. Calculer la puissance P_m développée par la machine si le rendement est $\eta = 0,9$:

$$..... P_m = \frac{P_c}{\eta} = \frac{1,512}{0,9} = 1,68 \text{ kW}$$

$$P_m = .. 1,68.. \text{ kW}$$

B.5.5. Combien d'arêtes de coupe na faut-il pour usiner toutes les pièces (les 500 pièces) ?

$$... \text{ Temps de coupe pour la série de 500 pièces : } T_t = T_c \times 500 = 0,215 \times 500 = 107,5 \text{ mn}$$

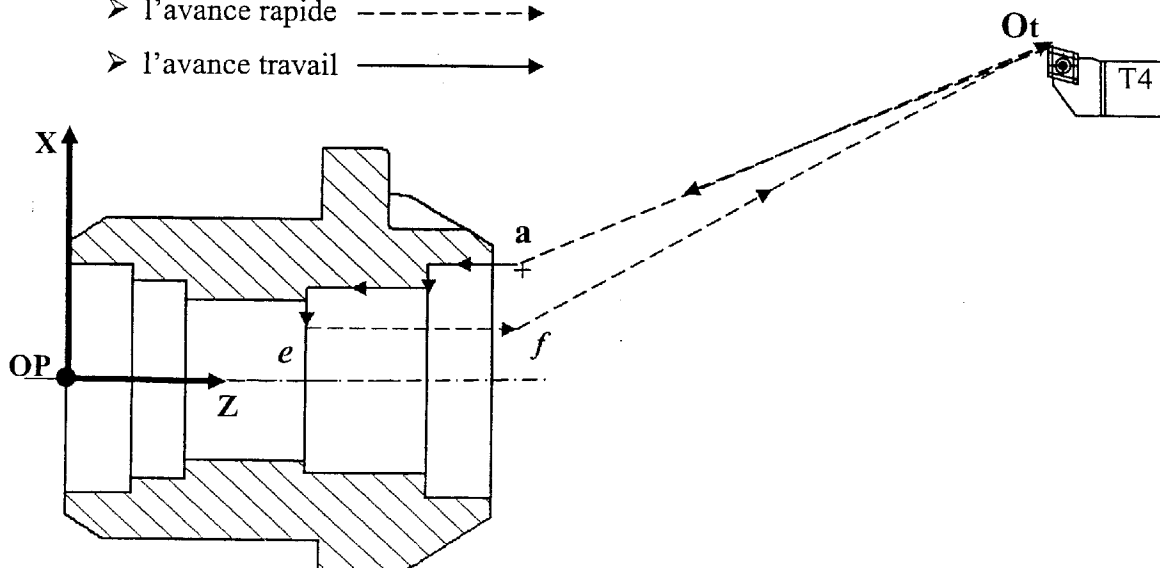
$$.... \text{ Le nombre d'arêtes nécessaire } na = T_t / 30 = 107,5 / 30 = 3,58$$

$$na = .. 4 .. \text{ Arêtes}$$

B.6. USINAGE SUR TOUR C.N. : Voir Dossier Présentation, Données et Hypothèses - page 6.**B.6.1.** Schématiser sur la figure ci-dessous la trajectoire de l'outil T4 lors de l'opération de finition en indiquant :➤ les cites de passage du point générateur de l'outil par : **a**, **b**, **c**, ...

➤ l'avance rapide -----➔

➤ l'avance travail -----➔



B.6.2. Compléter le tableau de coordonnées des points limitant la trajectoire de l'outil par rapport à l'origine programme **Op** lors de l'opération de finition (les coordonnées en X sont données aux diamètres).

Coordonnées des points en finition								
Points	Ot	a	b	..c...	..d..	..e...	..f..	Ot
X	100	36	36	..30..	..30...	...18..	..18...	100
Z	100	68	54	..54..	..36..	...36....	...68..	100

B.6.3. Compléter le programme ci-dessous en indiquant uniquement les séquences relatives à la trajectoire de l'outil en finition et le commentaire correspondant à chaque bloc.

Séquences du programme	Commentaire
%01	Numéro du programme.
N10 G90 G71 G92 S2000 G00 X100 Z100	Initialisation de la machine et dégagement rapide de l'outil au point Ot : X100 , Z100.
N20 T4 D4 M6	Appel de l'outil n° 4 et rotation tourelle.
N30 G96 S180 M04	Choix de la vitesse de coupe $V_c = 180$ m/mn, sens de rotation de la broche (sens horaire).
N40 G95 F0.08	Choix de l'avance travail : $F = 0,08$ mm/tr.
N50 G00 X36 Z68	Approche rapide au point a
N60 G01 X36 Z54.....	Interpolation linéaire travail au point b
N70 X30 Z 54	Dressage au point c
N80 X30 Z36	Alésage au point d
N90 X18 Z36	Dressage au point e
N100 G00 X18 Z68.....	Dégagement rapide au point f
N110 X100 Z100	Dégagement rapide au point Ot
.....
.....

PARTIE C – MECANIQUE ET RDM

C.1. ETUDE CINEMATIQUE : Voir Dossier Présentation, Données et Hypothèses - page 7 et 8.

C.1.1. Etude de la transmission par poulies-courroie (1, 2, 25) : Figure C-2.

C.1.1.1. En adoptant l'hypothèse de non glissement de la courroie (25) par rapport aux poulies (1) et (2), déterminer les vecteurs vitesses des points **J** et **K** appartenant à la courroie (25) par rapport au carter (5) (d_1 et d_2 sont les diamètres primitifs respectifs des poulies (1) et (2)) :

$$\dots \vec{V}(J \in 25/1) = \vec{V}(J \in 25/5) - \vec{V}(J \in 1/5) = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{V}(J \in 25/5) = \vec{V}(J \in 1/5) \dots\dots$$

$$\dots\dots\dots \text{de même } \vec{V}(K \in 25/5) = \vec{V}(K \in 2/5) \dots\dots\dots$$

$$\vec{V}(J \in 1/5) = \vec{JA} \wedge \vec{\Omega}(1/5) = -r_1 \vec{U} \wedge \omega_1 \vec{X} = r_1 \omega_1 \vec{V} \text{ . de même } \vec{V}(K \in 25/5) = r_2 \omega_2 \vec{V} \text{ .}$$

$$\vec{V}(J \in 25/5) = \dots\dots \frac{d_1}{2} \omega_1 \vec{V} \dots\dots$$

$$\vec{V}(K \in 25/5) = \dots\dots \frac{d_2}{2} \omega_2 \vec{V} \dots\dots$$

C.1.1.2. Le tronçon **[J, K]** de la courroie (25) est supposé indéformable, exprimer ω_2 en fonction de ω_1 , d_1 et d_2 .

$$\dots\dots\dots \Leftrightarrow \vec{V}(J \in 25/5) = \vec{V}(K \in 25/5) \dots\dots\dots \omega_2 = \dots\dots \frac{d_1}{d_2} \omega_1 \dots\dots$$

C.1.2. Etude de la transformation de mouvement par came (24)/galet (19) : Figure C-1.

C.1.2.1. Donner les expressions des vecteurs vitesses instantanées suivants:

a. Du point **C** appartenant à la came (24) par rapport au bâti (10) : $\vec{V}(C \in 24/10)$

$$\dots\dots\dots \vec{V}(C \in 24/10) = \left(\frac{d\vec{OC}}{dt} \right)_R = \dot{x} \vec{X} \dots\dots\dots$$

$$\vec{V}(C \in 24/10) = \dots\dots \dot{x} \vec{X} \dots\dots$$

b. Du point **I** appartenant à la came (24) par rapport au bâti (10) : $\vec{V}(I \in 24/10)$

$$\dots\dots\dots \vec{V}(I \in 24/10) = \vec{V}(C \in 24/10) + \vec{IC} \wedge \vec{\Omega}(24/10) \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots \vec{V}(I \in 24/10) = \dot{x} \vec{X} + [(x - R_g) \vec{X} + R_c \vec{Z}] \wedge \omega_{24} \vec{X} = \dot{x} \vec{X} + R_c \omega_{24} \vec{Y} \dots\dots\dots$$

$$\vec{V}(I \in 24/10) = \dots\dots \dot{x} \vec{X} + R_c \omega_{24} \vec{Y} \dots\dots$$

c. Du point **I** appartenant au galet (19) par rapport au bâti (10) : $\vec{V}(I \in 19/10)$

$$\dots\dots\dots \vec{V}(I \in 19/10) = \vec{\Omega}(19/10) \wedge \vec{OI} = \omega_{19} \vec{Z} \wedge R_g \vec{X} = R_g \omega_{19} \vec{Y} \dots\dots\dots$$

$$\vec{V}(I \in 19/10) = \dots\dots R_g \omega_{19} \vec{Y} \dots\dots\dots$$

C.1.2.2. Sachant que le contact au point I entre le galet (19) et la came cloche (24) est toujours maintenu : $(\vec{V}(I \in 24/19) \cdot \vec{Y} = 0)$, déduire alors ω_{19} en fonction de ω_{24}

$$\dots\dots\dots \Leftrightarrow R_c \omega_{24} - R_g \omega_{19} = 0 \dots\dots\dots \omega_{19} = \frac{R_c}{R_g} \omega_{24} \dots\dots\dots$$

$\omega_{19} = \dots\dots\dots \frac{R_c}{R_g} \omega_{24} \dots\dots\dots$

C.2. ETUDE DYNAMIQUE : Voir Dossier Présentation, Données et Hypothèses - page 7.

C.2.1. Sachant que le torseur des actions mécaniques transmissibles par la liaison glissière (5)-(10) dans la phase perçage est défini par le torseur suivant :

$$\{T(10 \rightarrow 5)\} = \begin{pmatrix} X & L \\ Y & M \\ Z & N \end{pmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})_D}$$

Identifier la force normale $\vec{N}(10 \rightarrow 5)$ et la force tangentielle $\vec{T}(10 \rightarrow 5)$:

$$\vec{N}(10 \rightarrow 5) = \dots\dots\dots Y\vec{Y} + Z\vec{Z} \dots\dots\dots \text{ et } \dots\dots\dots \vec{T}(10 \rightarrow 5) = \dots\dots\dots X\vec{X} \dots\dots\dots$$

C.2.2. Préciser et justifier le signe de la force tangentielle. Ecrire alors la relation entre les composantes scalaires des forces tangentielle et normale (par application de la loi de coulomb) :

$$\dots\dots\dots \vec{T}(10 \rightarrow 5) \text{ est opposée à la vitesse de glissement donc } X < 0 \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots X = -f\sqrt{Y^2 + Z^2} \dots\dots\dots$$

C.2.3. Déterminer la résultante dynamique de (Σ) dans son mouvement par rapport à R : $\vec{K}(\Sigma/R)$;

$$\dots\dots\dots \vec{K}(\Sigma/R) = M\vec{\Gamma}(G \in \Sigma/R) = M\ddot{x}\vec{X} \dots\dots\dots$$

$\vec{K}(\Sigma/R) = \dots\dots\dots M\ddot{x}\vec{X} \dots\dots\dots$

C.2.4. Déterminer la résultante des efforts extérieurs appliqués à (Σ) au cours du perçage : $\vec{R}(\bar{\Sigma} \rightarrow \Sigma)$;

$$\dots\dots\dots \vec{R}(\bar{\Sigma} \rightarrow \Sigma) = \begin{pmatrix} \dots\dots\dots X - (F_0 + kx) + F_x - F_p \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots Y + F_y \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots Z - Mg \dots\dots\dots \end{pmatrix}$$

C.2.5. Ecrire les équations qui découlent de l'application du théorème de la résultante dynamique au système (Σ) au cours de son mouvement par rapport à R.

$$\dots\dots\dots \text{...} R \text{ galiléen } \Leftrightarrow \vec{R}(\bar{\Sigma} \rightarrow \Sigma) = \vec{K}(\Sigma/R) \dots\dots\dots \Leftrightarrow \dots\dots\dots$$

$$\begin{cases} \dots\dots\dots X - (F_0 + kx) + F_x - F_p = M\ddot{x} \dots\dots\dots & (1) \\ \dots\dots\dots Y + F_y = 0 \dots\dots\dots & (2) \\ \dots\dots\dots Z - Mg = 0 \dots\dots\dots & (3) \end{cases}$$

C.2.6- Pendant le perçage, la vitesse d'avance du foret est constante. Si on néglige F_y , déduire l'expression de F_x en fonction F_0 , k , x , F_p , f , M et g ;

$$\dots Y = 0 \text{ et } Z = Mg \Leftrightarrow X = -fMg \Leftrightarrow \dots F_x = (F_0 + kx) + F_p + fMg \dots$$

C.2.7- Donner l'expression de l'énergie cinétique de Σ dans son mouvement par rapport à R ;

$$\dots E_c(\Sigma/R) = \frac{1}{2} M \vec{V}^2(G \in \Sigma/R) = \frac{1}{2} M \dot{x}^2 \dots$$

C.2.8- Donner l'expression de la puissance des actions mécaniques intérieures et extérieures exercées sur le système Σ au cours de son mouvement par rapport à R ;

$$\dots P(\bar{\Sigma} \rightarrow \Sigma/R) = \vec{R}(\bar{\Sigma} \rightarrow \Sigma) \cdot \vec{V}(G \in \Sigma/R) = [X - (F_0 + kx) + F_x - F_p] \dot{x} \dots$$

$$\dots P(int \rightarrow \Sigma) = 0 \text{ car toutes les liaisons sont supposées parfaites } \dots$$

C.2.9- Retrouver, par application du théorème de l'énergie cinétique à Σ au cours de son mouvement par rapport à R , l'équation (1) de la question **C.2.5** :

$$\dots \frac{dE_c(\Sigma/R)}{dt} = P(\bar{\Sigma} \rightarrow \Sigma/R) + P(int \rightarrow \Sigma) \dots$$

$$\dots \Leftrightarrow X - (F_0 + kx) + F_x - F_p = M\ddot{x} \dots$$

C.3- RESISTANCE DES MATERIAUX

C.3.1- Exprimer, dans la base $(\vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z})$, les torseurs des actions mécaniques exercées sur l'arbre (3) :

$$\{T_1\} = \{T(5 \rightarrow 3)\} = \begin{pmatrix} \dots X_1 \dots & \dots 0 \dots \\ \dots 0 \dots & \dots 0 \dots \\ \dots Z_1 \dots & \dots 0 \dots \end{pmatrix}_L = \begin{pmatrix} \dots X_1 \dots & \dots -aZ_1 \dots \\ \dots 0 \dots & \dots 0 \dots \\ \dots Z_1 \dots & \dots aX_1 \dots \end{pmatrix}_F$$

$$\{T_2\} = \{T(9 \rightarrow 3)\} = \begin{pmatrix} -X_t & \dots 0 \dots \\ Y_a & \dots 0 \dots \\ Z_r & \dots 0 \dots \end{pmatrix}_Q = \begin{pmatrix} \dots -X_t \dots & \dots -bZ_r + rY_a \dots \\ \dots Y_a \dots & \dots rX_t \dots \\ \dots Z_r \dots & \dots -bX_t \dots \end{pmatrix}_F$$

$$\{T_3\} = \{T(5 \rightarrow 3)\} = \begin{pmatrix} \dots X_2 \dots & \dots 0 \dots \\ \dots Y_2 \dots & \dots 0 \dots \\ \dots Z_2 \dots & \dots 0 \dots \end{pmatrix}_F$$

$$\{T_4\} = \{T(37 \rightarrow 3)\} = \begin{pmatrix} F_x & \dots 0 \dots \\ 0 & \dots 0 \dots \\ F_z & \dots 0 \dots \end{pmatrix}_E = \begin{pmatrix} \dots F_x \dots & \dots cF_z \dots \\ \dots 0 \dots & \dots R(F_x \sin \gamma - F_z \cos \gamma) \dots \\ \dots F_z \dots & \dots -cF_x \dots \end{pmatrix}_F$$

$$\text{Avec } F_x = \dots - (F_r \cos \gamma + F_t \sin \gamma) = -F_t (\tan \alpha \cos \gamma + \sin \gamma) \dots$$

$$F_z = \dots F_t \cos \gamma - F_r \sin \gamma = F_t (\cos \gamma - \tan \alpha \sin \gamma) \dots$$

C.3.2- En appliquant le Principe Fondamental de la Statique, étudier l'équilibre de l'arbre (3) et déduire les composantes scalaires des torseurs d'actions mécaniques aux points E, F, Q et L.

$$\begin{cases} \dots X_1 - X_t + X_2 + F_x = 0 \dots & (1) \\ \dots Y_a + Y_2 = 0 \dots & (2) \\ \dots Z_1 + Z_r + Z_2 + F_z = 0 \dots & (3) \end{cases} \quad \begin{cases} \dots -aZ_1 - bZ_r + rY_a + cF_z = 0 \dots & (4) \\ \dots rX_t + R(F_x \sin \gamma - F_z \cos \gamma) = 0 \dots & (5) \\ \dots aX_1 - bX_t - cF_x = 0 \dots & (6) \end{cases}$$

$$\text{avec } \begin{cases} F_t = 500 \text{ N} & (7) \\ F_r = F_t \tan \alpha = 182 \text{ N} & (8) \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} Y_a = X_t \tan \beta & (9) \\ Z_r = X_t \frac{\tan \alpha}{\cos \beta} & (10) \end{cases}$$

$$F_x = -408 \text{ N} \text{ et } F_z = 342 \text{ N}$$

$$\begin{cases} (5) \leftrightarrow X_t = 1375 \text{ N} \\ (9) \leftrightarrow Y_a = 473 \text{ N} \\ (10) \leftrightarrow Z_r = 529 \text{ N} \end{cases} \quad \begin{cases} (6) \leftrightarrow X_1 = 716 \text{ N} \\ (4) \leftrightarrow Z_1 = -166 \text{ N} \end{cases} \quad \begin{cases} (1) \leftrightarrow X_2 = 1067 \text{ N} \\ (2) \leftrightarrow Y_2 = -473 \text{ N} \\ (3) \leftrightarrow Z_2 = -705 \text{ N} \end{cases}$$

$$\{T_1\} = \begin{pmatrix} \dots 716 \dots \\ \dots 0 \dots \\ \dots -166 \dots \end{pmatrix}_{(\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z})_L} \quad \{T_2\} = \begin{pmatrix} \dots -1375 \dots \\ \dots 473 \dots \\ \dots 529 \dots \end{pmatrix}_{(\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z})_Q}$$

$$\{T_3\} = \begin{pmatrix} \dots 1067 \dots \\ \dots -473 \dots \\ \dots -705 \dots \end{pmatrix}_{(\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z})_F} \quad \{T_4\} = \begin{pmatrix} \dots -408 \dots \\ \dots 0 \dots \\ \dots 342 \dots \end{pmatrix}_{(\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z})_E}$$

C.3.3- On assimile l'arbre (3) à une poutre droite de section circulaire de diamètre d. Déterminer le torseur des efforts de cohésion, au centre G de la section, le long du tronçon $[F, N[: \{T_{coh}\}_G$

$$G \in [F, N[\ ; \ 0,072 \text{ m} \leq y < 0,094 \text{ m}$$

$$\{T_{coh}\}_G = \dots - [\{T_1\}_G + \{T_2\}_G + \{T_3\}_G] = \{T_4\}_G = \begin{pmatrix} -408 & -342y + 32 \\ 0 & -11 \\ 342 & -408y + 38 \end{pmatrix}_G \dots$$

C.3.4- Sachant que le tronçon $[F, N[$ est sollicité à un moment de flexion maximal $M_{fMax} = 11,4 \text{ Nm}$ et à un moment de torsion $M_t = 11 \text{ Nm}$, déterminer le diamètre minimal d_{min} :

C.3.4.1- pour qu'il résiste à la contrainte normale engendrée par flexion ;

$$\dots \sigma_{Max} = \frac{M_{fMax}}{I_{G\Delta}} \cdot \frac{d}{2} = \frac{32M_{fMax}}{\pi d^3} \leq R_{pe} \dots \quad d_{min} = \dots 7,3 \dots \text{ mm}$$

$$\dots \Leftrightarrow d \geq \sqrt[3]{\frac{32M_{fMax}}{\pi R_{pe}}} = 7,3 \text{ mm} \dots$$

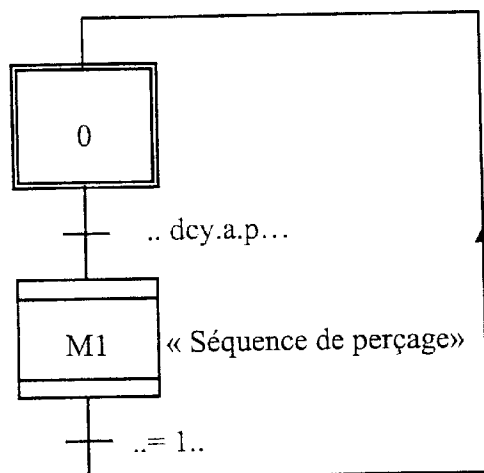
C.3.4.2- pour qu'il résistance à la contrainte tangentielle engendrée par torsion ;

$$\dots \tau_{Max} = \frac{M_t}{I_G} \cdot \frac{d}{2} = \frac{16M_t}{\pi d^3} \leq R_{pg} \Leftrightarrow d \geq \sqrt[3]{\frac{16M_t}{\pi R_{pg}}} = 6,6 \text{ mm} \dots \quad d_{min} = \dots 6,6 \dots \text{ mm}$$

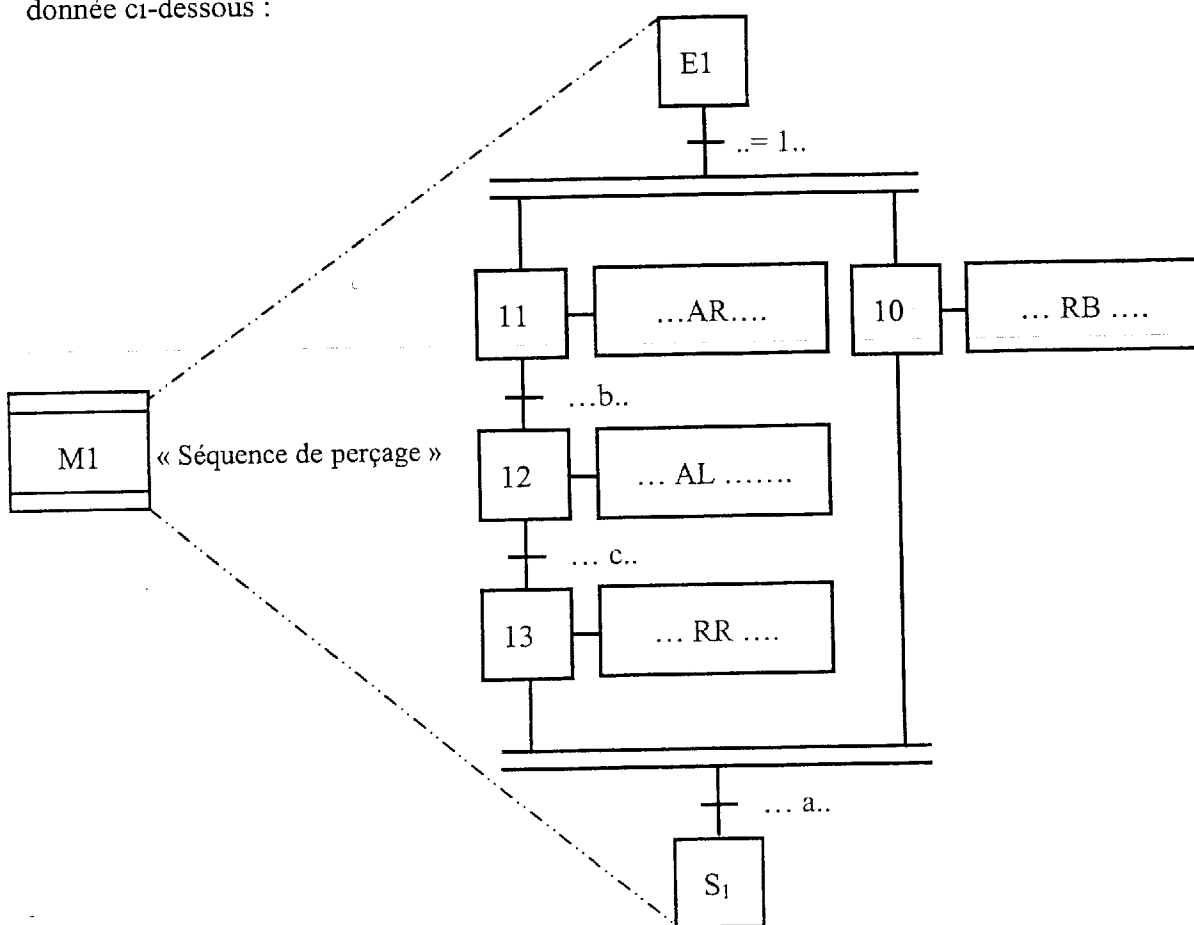
PARTIE D – AUTOMATIQUE

PARTIE D-1 : COMMANDE SEQUENTIELLE DU POSTE DE PERÇAGE

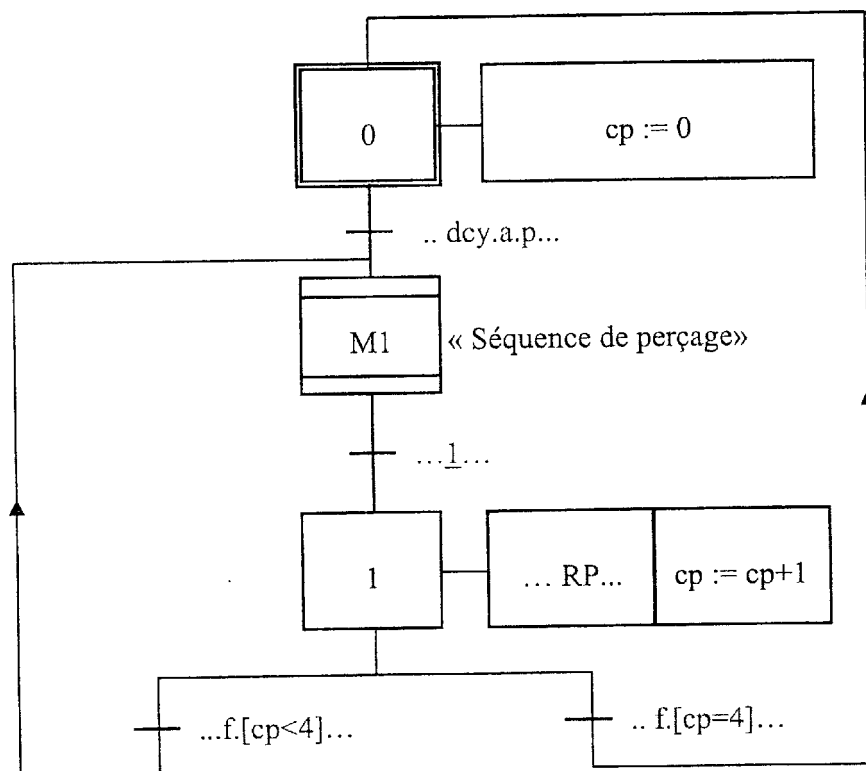
D.1.1- Compléter le Grafcet suivant décrivant le fonctionnement du système de perçage.



D.1.2- Compléter l'expansion de la macro-étape M1 « Séquence de perçage » dont la structure est donnée ci-dessous :



D.1.3- Dans ce qui suit, on s'intéresse au perçage de quatre trous disposés à 90°. Pour cela, le plateau tournant est commandé en rotation d'un quart de tour par un moteur électrique avec un réducteur (**RP**). Le plateau est muni d'un capteur (**f**) pour signaler la fin de chaque rotation de quart de tour. En tenant compte de ces spécifications, **Compléter** le Grafcet suivant :



PARTIE D-2: ETUDE DE L'ASSERVISSEMENT DE VITESSE DU SYSTEME HYDRAULIQUE

D.2.1- Etude du système en boucle ouverte :

D.2.1.1- Montrer que la fonction de transfert $G(p) = \frac{X(p)}{U(p)}$ peut s'écrire sous la forme suivante :

$$G(p) = \frac{b_0}{p(p^2 + a_1 p + a_0)} \text{ avec } b_0 = \frac{2\beta S k_d}{V m_c}, a_1 = \frac{f_c}{m_c} \text{ et } a_0 = \frac{V k_c + 2\beta S^2}{V m_c}$$

..... D'après l'équation différentielle (1), on peut écrire : $m_c p^2 X(p) + f_c p X(p) + k_c X(p) = S Z(p)$

$$\Leftrightarrow X(p)[m_c p^2 + f_c p + k_c] = S Z(p) \Leftrightarrow Z(p) = \frac{m_c p^2 + f_c p + k_c}{S} X(p)$$

D'après l'équation différentielle (2), on peut écrire : $\frac{V}{2\beta} p Z(p) + S p X(p) = k_d U(p)$

En tenant compte de l'expression de $Z(p)$ en fonction de $X(p)$:

$$\left[\frac{V}{2\beta} \frac{(m_c p^2 + f_c p + k_c)}{S} + S \right] p X(p) = k_d U(p)$$

$$\dots\dots \text{d'où} \quad \frac{X(p)}{U(p)} = \frac{2\beta S k_d}{p(V m_c p^2 + V f_c p + V k_c + 2\beta S^2)} \dots\dots$$

$$\Leftrightarrow G(p) = \frac{X(p)}{U(p)} = \frac{\frac{2\beta S k_d}{V m_c}}{p(p^2 + \frac{f_c}{m_c} p + \frac{V k_c + 2\beta S^2}{V m_c})} = \frac{b_0}{p(p^2 + a_1 p + a_0)}$$

Par identification, on trouve : $b_0 = \frac{2\beta S k_d}{V m_c}$, $a_1 = \frac{f_c}{m_c}$ et $a_0 = \frac{V k_c + 2\beta S^2}{V m_c}$

D.2.1.2- Sachant que la vitesse $\omega(t) = \frac{dx(t)}{dt}$ et $\Omega(p)$ est la transformée de Laplace de $\omega(t)$, **donner** l'expression de la fonction de transfert $H(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)}$. **Exprimer**, par identification avec la forme

canonique standard d'un système de second ordre $\frac{k\omega_0^2}{p^2 + 2\xi\omega_0 p + \omega_0^2}$, le gain statique k , le coefficient

d'amortissement ξ et la pulsation propre ω_0 du système en boucle ouverte en fonction de a_1 , a_0 et b_0 .

$$\dots\dots \omega(t) = \frac{dx(t)}{dt} \Leftrightarrow \Omega(p) = pX(p) \Leftrightarrow H(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)} = \frac{b_0}{p^2 + a_1 p + a_0} \dots\dots$$

$$\dots\dots H(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)} = \frac{b_0}{p^2 + a_1 p + a_0} = \frac{k\omega_0^2}{p^2 + 2\xi\omega_0 p + \omega_0^2} \dots\dots$$

$H(p) = \dots\dots \frac{b_0}{p^2 + a_1 p + a_0} \dots\dots$	$\omega_0 = \dots\dots \sqrt{a_0} \dots\dots; \xi = \dots\dots \frac{a_1}{2\omega_0} = \frac{a_1}{2\sqrt{a_0}} \dots\dots; k = \dots\dots \frac{b_0}{a_0} \dots\dots$
--	---

Dans la suite du problème, on prend : $a_1 = 0,5922$; $a_0 = 0,4330$ et $b_0 = 0,2165$

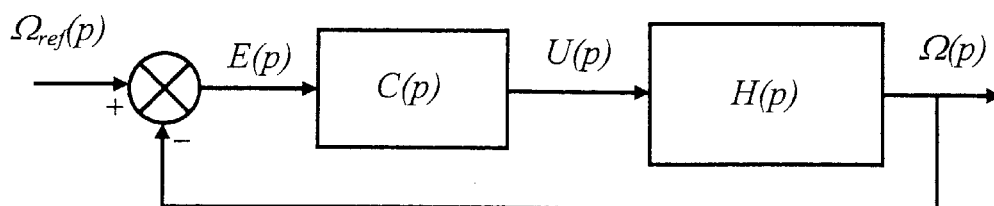
D.2.1.3- **Donner** les valeurs de ω_0 , ξ et k . **Donner** les expressions et **calculer** les valeurs de temps de pic (T_{pic}), de temps de stabilisation à 5% (T_s) et de dépassement ($D\%$).

$$\omega_0 = \dots\dots 0,658 \text{ rad/s} \dots\dots \quad \xi = \dots\dots 0,45 \dots\dots \quad k = \dots\dots 0,5 \dots\dots$$

$$T_{pic} = \dots\dots \frac{\pi}{\omega_0 \sqrt{1-\xi^2}} = 5,34 \text{ s} \dots\dots \quad T_s = \dots\dots \frac{3}{\xi\omega_0} = 10,13 \text{ s} \dots\dots \quad D\% = \dots\dots 100e^{\frac{-\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}} = 20,53\%$$

D.2.2- Etude du système en boucle fermée :

Dans la suite, on s'intéresse à l'asservissement de la vitesse du vérin. Le schéma du système en boucle fermée est décrit par la figure suivante. La fonction de transfert du régulateur est $C(p)$. La transformée de Laplace du signal de référence (ou la consigne) est notée par $\Omega_{ref}(p)$.



1^{er} Cas : régulateur proportionnel $C(p) = k_r$ avec $k_r > 0$

D.2.2.1- Donner l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée $H_{BF}(p) = \frac{\Omega(p)}{\Omega_{ref}(p)}$ et

Exprimer, par identification avec la forme canonique standard d'un système de second ordre

$\frac{k_{BF}\omega_{0BF}^2}{p^2 + 2\xi_{BF}\omega_{0BF}p + \omega_{0BF}^2}$, le gain statique k_{BF} , le coefficient d'amortissement ξ_{BF} et la pulsation

propre ω_{0BF} du système en boucle fermée en fonction de k_r , a_1 , a_0 et b_0 .

$$H_{BF}(p) = \frac{\Omega(p)}{\Omega_{ref}(p)} = \frac{C(p)H(p)}{1+C(p)H(p)} = \frac{k_r b_0}{p^2 + a_1 p + a_0 + k_r b_0}$$

$$H_{BF}(p) = \frac{k_r b_0}{p^2 + a_1 p + a_0 + k_r b_0} = \frac{k_{BF}\omega_{0BF}^2}{p^2 + 2\xi_{BF}\omega_{0BF}p + \omega_{0BF}^2}$$

$H_{BF}(p) = \dots \frac{k_r b_0}{p^2 + a_1 p + a_0 + k_r b_0} \dots$	$k_{BF} = \dots \frac{k_r b_0}{a_0 + k_r b_0} \dots ; \xi_{BF} = \dots \frac{a_1}{2\sqrt{a_0 + k_r b_0}} \dots ; \omega_{0BF} = \dots \sqrt{a_0 + k_r b_0} \dots$
---	---

D.2.2.2- En analysant les expressions analytiques des coefficients d'amortissement ξ et ξ_{BF} , conclure sur le dépassement assuré par le régulateur proportionnel en termes d'augmentation ou de diminution.

$$\dots \xi = \frac{a_1}{2\sqrt{a_0}} \text{ et } \xi_{BF} = \frac{a_1}{2\sqrt{a_0 + k_r b_0}} \text{ Puisque } a_0 > 0, k_r > 0 \text{ et } b_0 > 0 \text{ alors } 0 < a_0 < (a_0 + k_r b_0) \dots$$

$$\dots \Rightarrow \sqrt{a_0} < \sqrt{a_0 + k_r b_0} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{a_0}} > \frac{1}{\sqrt{a_0 + k_r b_0}} \Rightarrow \xi > \xi_{BF} \dots$$

Par conséquent, le dépassement en **boucle fermée devient plus élevé** que celui du système en **boucle ouverte** (% en boucle fermée > D% en boucle ouverte).....

D.2.2.3- Sachant que le signal de référence est un échelon de position unitaire, Donner l'expression de l'erreur statique (e_s).

$$\dots E(p) = \Omega_{ref}(p) - \Omega(p) = [1 - H_{BF}(p)]\Omega_{ref}(p) \dots$$

$$\dots E(p) = \left[1 - \frac{C(p)H(p)}{1+C(p)H(p)}\right]\Omega_{ref}(p) = \frac{1}{1+C(p)H(p)}\Omega_{ref}(p) \dots$$

$$\dots E(p) = \frac{p^2 + a_1 p + a_0}{p^2 + a_1 p + a_0 + k_r b_0} \frac{1}{p} \dots$$

$$\dots \text{L'erreur statique est donnée par : } e_s = \lim_{p \rightarrow 0} p E(p) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{p^2 + a_1 p + a_0}{p^2 + a_1 p + a_0 + k_r b_0} = \frac{a_0}{a_0 + k_r b_0} \dots$$

$e_s = \dots \frac{a_0}{a_0 + k_r b_0} \dots$

D.2.2.4- Calculer les valeurs de dépassement ($D\%$), de temps de pic (T_{pic}), de temps de stabilisation à 5% (T_s) et de l'erreur statique (e_s) assurées par le régulateur proportionnel lorsque $k_r=30$.

$$D\% = \dots\dots 70,07\% \dots; T_{pic} = \dots\dots 1,2 s \dots; T_s = \dots\dots 10,13 s \dots\dots; e_s = \dots 0,06 \dots\dots$$

2^{ème} Cas : régulateur proportionnel intégral $C(p) = k_r \left(1 + \frac{1}{T_i p} \right)$

D.2.2.5- Donner l'expression de $H(j\omega)$. **En déduire** les valeurs de la phase φ_H (en degrés) et du gain G_H (en décibels : dB) de la fonction $H(j\omega)$ pour la pulsation $\omega_0 = 0,658 \text{ rad/s}$.

$$H(j\omega) = \dots\dots \frac{b_0}{(a_0 - \omega^2) + j a_1 \omega} \dots\dots$$

Argument de $H(j\omega_0)$: $\varphi_H = \dots\dots -\text{Arctan} \frac{a_1 \omega_0}{a_0 - \omega_0^2} = -89,99 \cong -90^\circ \dots\dots$

Module de $H(j\omega_0)$ en dB : $G_H = \dots\dots 20 \log \frac{b_0}{\sqrt{(a_0 - \omega_0^2)^2 + (a_1 \omega_0)^2}} = -5,10 \text{ dB} \dots\dots$

D.2.2.6- Donner l'expression de $C(j\omega)$. **En déduire** les expressions de la phase φ_C et du gain G_C (en décibels : dB) du régulateur PI.

$$C(p) = k_r \frac{1 + T_i p}{T_i p} \Rightarrow C(j\omega) = \dots\dots k_r \frac{1 + j T_i \omega}{j T_i \omega} \dots\dots$$

Argument de $C(j\omega)$: $\varphi_C = \dots\dots \text{Arctan}(T_i \omega) - \frac{\pi}{2} \dots\dots$

Module de $C(j\omega)$ en dB : $G_C = \dots\dots 20 \log \frac{k_r \sqrt{1 + (T_i \omega)^2}}{T_i \omega} \dots\dots$

D.2.2.7- Calculer les paramètres (k_r et T_i) du régulateur pour obtenir une marge de phase $M_\varphi = 45^\circ$ à la pulsation $\omega_0 = 0,658 \text{ rad/s}$.

..... On note par $T(p)$ la fonction de transfert en boucle ouverte : $T(p) = C(p)H(p)$

..... $T(j\omega) = C(j\omega)H(j\omega)$, la phase de $T(j\omega)$ est donnée par : $\varphi_T = \varphi_C + \varphi_H$

..... La marge de phase est exprimée par : $M_\varphi = 180 + \varphi_T = 180 + \varphi_C + \varphi_H$

..... La contribution du régulateur est : $\varphi_C = M_\varphi - 180 - \varphi_H = 45 - 180 + 90 = -45^\circ = -\frac{\pi}{4} \dots$

..... $\text{Arctan}(T_i \omega_0) - \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{4} \Rightarrow T_i = \frac{1}{0,658} \tan\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1,52 \text{ s} \dots\dots$

A la pulsation $\omega_0 = 0,658 \text{ rad/s}$, on doit avoir : $\|T(j\omega_0)\| = 1 \Rightarrow \|C(j\omega_0)H(j\omega_0)\| = 1$ ou :

$$G_C + G_H = 0 \Rightarrow G_C = -G_H \Rightarrow 20 \log k_r = -20 \log \frac{\sqrt{1 + (T_i \omega_0)^2}}{T_i \omega_0} - 20 \log \frac{b_0}{\sqrt{(a_0 - \omega_0^2)^2 + (a_1 \omega_0)^2}} = 2,0904$$

... $\Rightarrow k_r = 10^{\left(\frac{2,0904}{20}\right)} = 1,2721 \dots\dots$

$$T_i = \dots\dots 1,52 \text{ s} \dots; k_r = \dots\dots 1,2721 \dots\dots$$

D.2.2.8- Calculer la valeur de l'erreur statique sachant que le signal de référence est un échelon de position unitaire.

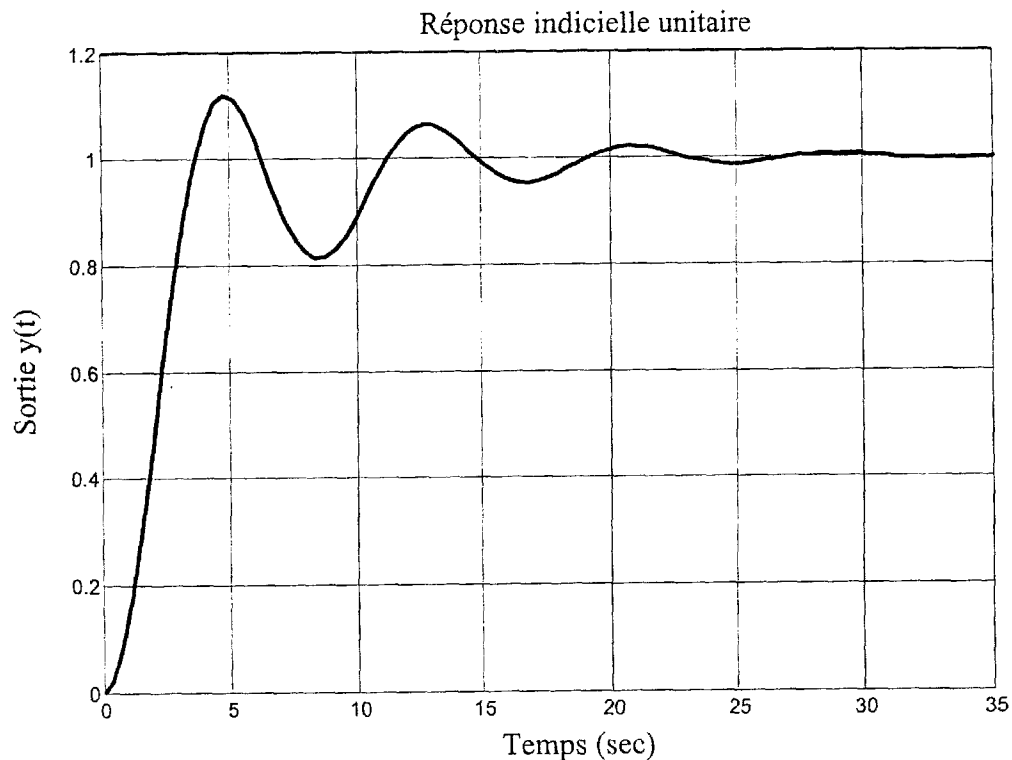
..... Le système est de classe 1 (il possède un régulateur dans la chaîne directe), par conséquent l'erreur statique est nulle.

$$E(p) = \Omega_{ref}(p) - \Omega(p) = [1 - H_{BF}(p)]\Omega_{ref}(p) = \left(1 - \frac{C(p)H(p)}{1+C(p)H(p)}\right)\Omega_{ref}(p) = \frac{1}{1+C(p)H(p)}\Omega_{ref}(p)$$

$$..... E(p) = \frac{T_i p(p^2 + a_1 p + a_0)}{T_i p(p^2 + a_1 p + a_0) + k_r b_0(1 + T_i p)} \frac{1}{p}$$

$$..... \text{L'erreur statique est donnée par : } e_s = \lim_{p \rightarrow 0} p E(p) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{T_i p(p^2 + a_1 p + a_0)}{T_i p(p^2 + a_1 p + a_0) + k_r b_0(1 + T_i p)} = 0$$

D.2.2.9- On donne sur la figure ci-dessous la réponse indicielle unitaire du système en boucle fermée obtenue avec le régulateur de type PI. **Déterminer**, à partir de cette réponse, le dépassement ($D\%$), le temps de pic (T_{pic}) ainsi que le temps de stabilisation à 5% (T_s).



$$D\% = 100 \frac{y_{Max} - y_{\infty}}{y_{\infty}} = 100 \frac{1.12 - 1}{1} = 12\%... ; T_{pic} \cong 4,8 \text{ s}... ; T_s \cong 13,6 \text{ s}.....$$

D.2.2.10- Comparer les performances des deux régulateurs (P et PI).

... **Régulateur P** : dépassement élevé supérieur à 20 % et erreur statique non nulle

... **Régulateur PI** : dépassement 12.1 %, erreur statique nulle et temps de stabilisation à 5% = 13.6 s

.....