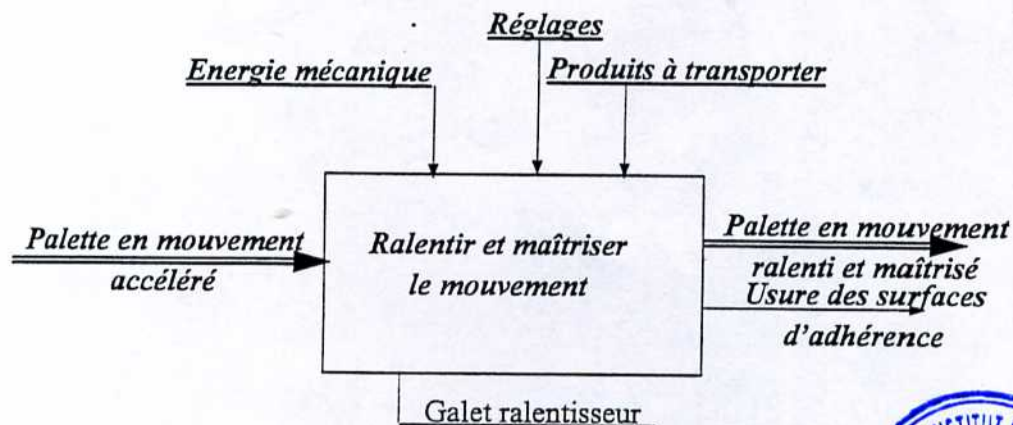


PARTIE A- TECHNOLOGIE DE CONCEPTION

A.1. ANALYSE FONCTIONNELLE :

Compléter l'Actigramme A-0 associé au galet ralentisseur :



A.2. ETUDE TECHNOLOGIQUE :

A.2.1. Compléter le tableau suivant :

Pièces en liaison	Nom de la liaison	Rôle de la liaison ?
12-13	<i>Encastrement</i>	<i>Positionnement du galet/ Rail R</i>
1-17-2	<i>Rotule</i>	<i>Obtenir un centre commun entre 1 et 2</i>
2-20	<i>Encastrement</i>	<i>Bloquer en position fixe de 20/2</i>
1-11	<i>Encastrement</i>	<i>Assurer le positionnement de 18/17</i>

A.2.2. Donner la fonction des pièces suivantes :

Pièces	Fonction
8	<i>Obtenir la valeur désirée de la force centrifuge</i>
9	<i>Rappeler la position initiale de 7</i>
10	<i>Assure une adhérence suffisant entre de la palette avec le tambour</i>
17-18	<i>Assurer le guidage en rotation de 1/20</i>

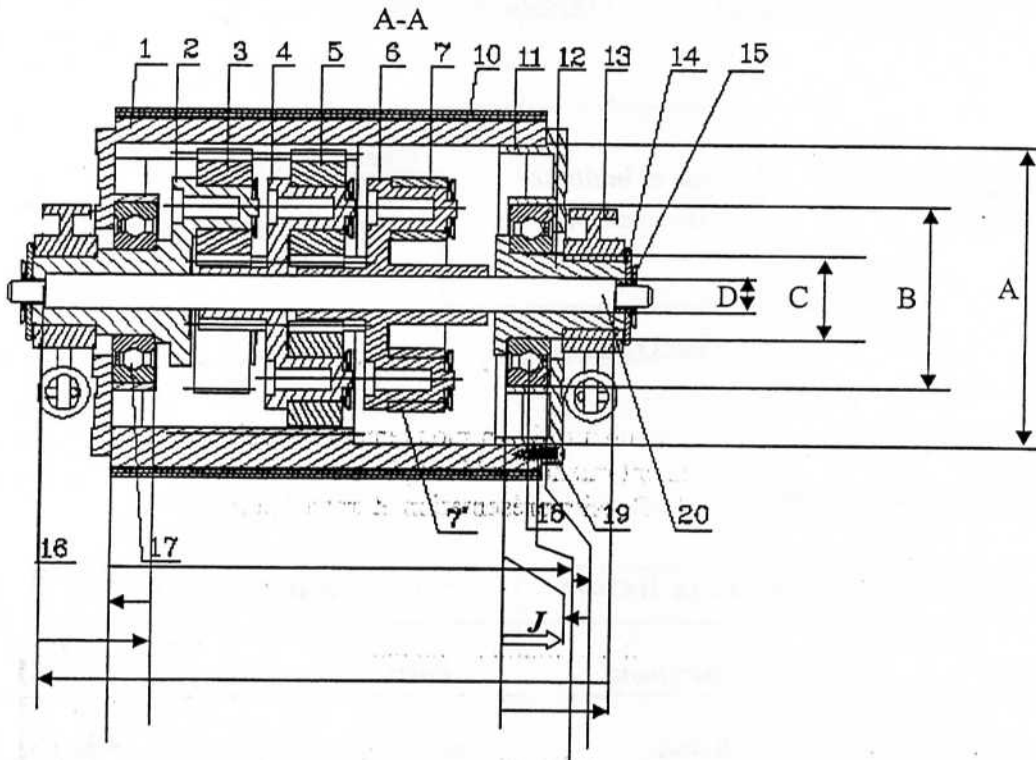
A.3. COTATION FONCTIONNELLE :

On s'intéresse dans cette partie à la cotation nécessaire au montage du roulement (18) du galet ralentisseur (coupe A-A ci-dessous).

A.3. 1. Quel est le rôle du jeu J entre la bague intérieure du roulement (18) et l'embout (12)?

Assurer une liaison pivot isostatique

A. 3. 2. Tracer la chaîne de côtes relative au jeu J .



A. 3. 3. Etablir l'expression permettant de déterminer le jeu minimal J_{min} .

$$J_{min} = (J_{12} + J_2 + J_1 + J_{11})_{min} - (J_{17} + J_{18} + J_{20})_{Max}$$

A. 3. 4. Compléter le tableau ci après en indiquant le type des ajustements mentionnés sur la coupe A-A en justifiant votre réponse.

Assemblage des pièces	Type de l'ajustement	Justification
D : (12 - 20)	$\varnothing d20 H7 m6$	Positionnement fixe
A : (11 - 1)	$\varnothing d H7 h6$	Centrage
B : (11 - 18)	$\varnothing d N6$	Encastrement bague ext(18)/11
C : (12 - 18)	$\varnothing d g6$	Libérer en translation la bague int(18)/12

A.4. ETUDE DE LA CHAÎNE DE TRANSMISSION DE PUISSANCE :

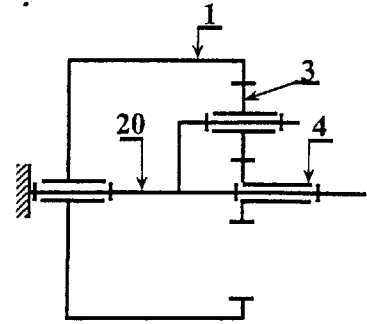
A.4. 1. Etude du premier train d'engrenages:

La figure ci-contre représente le schéma cinématique minimal du premier train d'engrenages caractérisé par :

Nombre de dents : $Z_1=43$, $Z_3=16$, $Z_4=11$

Module : $m = 1,5$;

Angle de pression : $\alpha = 20^\circ$



A.4.1.1. Ce train d'engrenages est-il ordinaire ou épicycloïdal ? Pourquoi ?

Train d'engrenages ordinaire Les axes des roues sont fixes

A.4.1.2. Vérifier la condition entre l'entraxe de la couronne (1) et la roue (3) d'une part, et l'entraxe de la roue (3) et du pignon (4) d'autre part.

On a : $a_{13} = \frac{m}{2}(Z_1 + Z_3) = a_{34} = \frac{m}{2}(Z_3 + Z_4)$ Donc on obtient $Z_1 = Z_4 + 2Z_3$

A.4.1.3. On admet que le contact entre la palette (P) et la bande (10) du tambour (1) est assuré par adhérence (Roulement sans glissement).

Calculer la vitesse de rotation ω_1 du tambour (1) en mouvement ralenti, sachant que la vitesse de translation de la palette (P) en mouvement ralenti est $V = 0,3 \text{ m/s}$ et que le rayon extérieur de la bande (10) est $R = 42,5 \text{ mm}$ (voir figure 4 – Dossier présentation et travail demandé).

On a $V = R\omega_1$ Donc $\omega_1 = \frac{300}{42,5}$

$$\omega_1 = \frac{300}{42,5} = 7,09$$

$$\omega_1 = 7,09 \text{ rad/s}$$

A.4.1.4. Calculer le rapport $k_1 = \frac{\omega_4}{\omega_1}$ entre les vitesses de rotation ω_4 de (4) et ω_1 de (1).

$$k_1 = \frac{\omega_4}{\omega_1} = \frac{Z_1}{Z_4} = \frac{43}{11} = 3,909$$

$$k_1 = 3,909$$

A.4.1.5. En admettant que $P_4 = 100 \text{ Watts}$ est la puissance transmise au pignon (4), calculer le couple C_4 au niveau de ce pignon.

On a $P_4 = C_4 \cdot \omega_4$ Donc $C_4 = \frac{100}{3,909 \cdot 7,09} = 3,608$

$$C_4 = 3,608 \text{ Nm}$$

A.4.1.6. Le mouvement de rotation du tambour (1) est transmis au pignon (4) par les trois roues dentées (3) (Voir Document 1 coupe C-C). Etablir l'expression de la force tangentielle F_t exercée par chacune des roues dentées (3) sur le pignon (4). Calculer sa valeur.

On a $C_4 = 3F_t \cdot R_4 = \frac{2}{3} C_4$ ce qui donne $F_t = \frac{2 \cdot 3,608 \cdot 1000}{3 \cdot 1,5 \cdot 11}$

$$F_t = 145,77 \text{ N}$$

A.4.1.7. le module m d'une roue dentée doit vérifier $m \geq 2.34 \sqrt{\frac{F_t}{kR_{pe}}}$. Pour $k.R_{pe} = 540 \text{ MPa}$,

calculer la valeur limite $F_{t \text{ lim}}$ de la force tangentielle que peut transmettre une dent du pignon (4) pour rester en toute sécurité dans le domaine élastique. Comparer cette valeur à celle obtenue précédemment. Conclure.

$$F_{t \text{ lim}} = \left(\frac{m}{2.34}\right)^2 kR_{pe}$$

$$\text{Donc } F_{t \text{ lim}} = \left(\frac{1.5}{2.34}\right)^2 * 540$$

$$F_{t \text{ lim}} = 221 \text{ N}$$

Conclusion : La denture du pignon résiste en toute sécurité $F_{t \text{ lim}} = 221 \text{ N} > F_t = 145,77 \text{ N}$

$$F_t = 145,77 \text{ N}$$

A.4.2. Etude du deuxième train d'engrenages:

La figure ci-contre représente le schéma cinématique minimal du deuxième train d'engrenages caractérisé par :

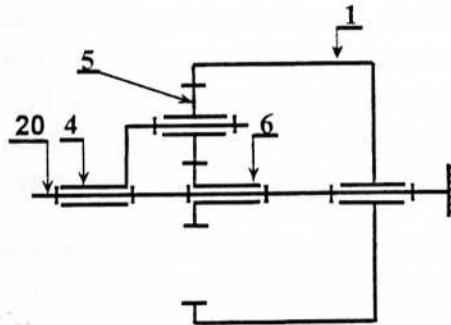
Nombre de dents : $Z_1 = 43$, $Z_5 = 16$, $Z_6 = 11$.

Module : $m = 1,5$;

Angle de pression : $\alpha = 20^\circ$

A.4.2.1. Ce train d'engrenages est-il ordinaire ou épicycloïdal ? Pourquoi ?

Train d'engrenages épicycloïdal L'axe de la roue 5 est mobile en rotation



A.4.2.2. Donner les appellations des pièces 1, 4, 5, et 6 pour ce train d'engrenages.

1 Couronne

4 : porte-satellite

5 : Satellite

6 : planétaire

A.4.2.3. Appliquer la formule de Willis et déterminer la relation entre les vitesses angulaires ω_1 , ω_4 , ω_6 et les nombres des dents des roues impliquées.

On a $\frac{\omega_6 - \omega_4}{\omega_1 - \omega_4} = \frac{Z_1}{Z_6}$ Donc on obtient: $\omega_6 + \frac{Z_1}{Z_6} \omega_1 - \left(1 + \frac{Z_1}{Z_6}\right) \omega_4 = 0$

A.4.2.4. En se servant du résultat de la question (A.4.1.4.), Calculer le rapport $k = \frac{\omega_6}{\omega_1}$ entre les vitesses angulaires ω_6 et ω_1 .

On a: $\omega_6 + \frac{Z_1}{Z_6} \omega_1 - \left(1 + \frac{Z_1}{Z_6}\right) \omega_4 = 0$

$$k_1 = \frac{\omega_4 - \omega_1}{\omega_1 - \omega_4}$$

D'où résulte la relation : $K = \frac{\omega_6}{\omega_1} = -\left(\frac{Z_1}{Z_6} + \frac{Z_1}{Z_4} * \left(1 + \frac{Z_1}{Z_6}\right)\right)$

$$k = -23,099$$

A.4.2.5. Que signifie le signe négatif de ce rapport ?

Le signe négatif de ce rapport signifie que le pignon 6 et le tambour 1 tournent en sens opposé ...

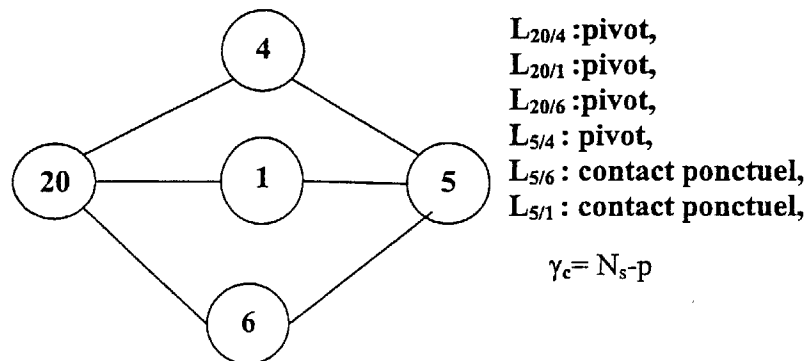
A.4.2.6. Quel est le nombre des mouvements d'entrée indépendants de ce deuxième train d'engrenages ? En déduire son degré de mobilité d.

Ce deuxième train d'engrenage possède deux entrées indépendantes.

Il est caractérisé par deux degrés de mobilité.

$$d=2$$

A.4.2.7. Tracer le graphe de liaisons du 2^{ème} train d'engrenages et calculer le nombre des cycles indépendants γ_c de ce graphe.



$$\gamma_c = 6 - 4 = 2$$

A.4.2.8. On considère que le contact entre les roues dentées est modélisé par un appui ponctuel, appliquer la loi de mobilité globale donnée ci-après et vérifier l'isostatisme de ce train d'engrenages.

La loi de mobilité globale s'exprime par : $6p - I_s = I_c - 6\gamma_c = d - h$

Où :

p : nombre des solides excepté le bâti ;

I_s : nombre des efforts de contact inconnus (somme des inconnues des efforts de liaisons) ;

I_c : nombre des inconnues cinématiques (somme des degrés de liberté des liaisons) ;

γ_c : nombre des cycles indépendants contenus dans le graphe des liaisons (nombre cyclomatique)

d : degré de mobilité ;

h : degré d'hyperstaticité.

$$6p - I_s = I_c - 6\gamma_c = d - h$$

$$6*4 - (4*5 + 2*1) = (4*1 + 2*5) - 6*2 = 2 - h$$

$$h=0$$

DonC $h=0$

A.4.2.9. Calculer le degré d'hyperstaticité h de ce train d'engrenages lorsqu'on considère les deux roues (5). (Voir Document 1 - Coupe D-D).

$$6*5 - (5*5 + 4*1) = (5*1 + 4*5) - 6*4 = 2 - h$$

$$h=1$$

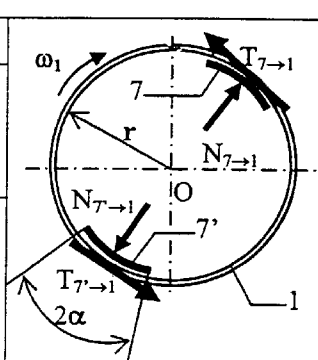
A.4.3 Etude du ralentisseur centrifuge :

Cette partie a pour objectif d'étudier le ralentisseur centrifuge (Document 1, Vue suivant F) afin de maîtriser la vitesse gravitaire de la palette (P). La figure ci-après représente un schéma simplifié de ce ralentisseur.

La rotation du porte-mâchoire (6) à la vitesse angulaire ω_6 provoque le contact avec glissement des mâchoires (7) et (7') contre la surface intérieure du tambour (1). Ce contact, caractérisé par une répartition uniforme de pression p , développe sur chaque mâchoire une force de composante

normale N et de composante tangentielle T . Cette dernière composante ralentit le mouvement du tambour (1).

Données :

$N = 0.01 \omega_6^2 - 40$ avec : (N en Newton et ω_6 en rad/s)		
Tambour (1) :	Vitesse angulaire maximale $\omega_1 = 7$ rad/s.	
Mâchoires (7) et (7') :	$\omega_6 = -161$ rad/s avec $\omega_6 = \omega_7 = \omega_{7'}$ L'ouverture du secteur angulaire $2\alpha = 16^\circ$ Largeur de la mâchoire $b = 10$ mm	
Contact Tambour/Mâchoires	Rayon intérieur du tambour $r = 35$ mm Pression admissible de contact $p_{Adm} = 2$ MPa Coefficient de frottement constant $f = 0,1$ Produit p.V. admissible : 12.10^6 (N/m ²). m/s	

A.4.3.1. Représenter sur le schéma simplifié les composantes tangentielles $T_{7 \rightarrow 1}$ et $T_{7' \rightarrow 1}$ puis établir l'expression du couple de frottement C_f exercé par les deux mâchoires (7) et (7') sur le tambour (1) pour ralentir son mouvement. Calculer sa valeur.

$$C_f = 2Tr = 2fNr$$

$$C_f = 1,53 Nm$$

$$C_f = 2 * 0,1 * 0,035 * (0,01\omega_6^2 - 40)$$

A.4.3.2. Etablir l'expression de la vitesse angulaire relative $\omega_{1/7}$ entre le tambour (1) et la mâchoire (7) et calculer sa valeur.

$$\omega_{1/7} = \omega_1 - \omega_7 = 7 - (-161) = 168$$

$$\omega_{1/7} = 168 \text{ rad/s}$$

A.4.3.3. Calculer la puissance P_f dissipée par frottement au cours du glissement des mâchoires (7) et (7') sur le tambour (1).

$$P_f = C_f \omega_{1/7} = 1,53 * 168$$

$$P_f = 257 \text{ Watts}$$

A.4.3.4. Calculer la pression de contact p supposée uniforme entre les mâchoires (7), (7') et le tambour (1). Conclure.

$$p = \frac{N}{2 * b * r * \sin(2\alpha)} = \frac{0,01 * 161^2 - 40}{2 * 10 * 35 * \sin(16)}$$

$$p = 2,07 \text{ MPa}$$

Conclusion : Pour que les surfaces de contact résistent à la pression de contact il faut augmenter la largeur de contact $b > 10$ mm

A.4.3.5. Calculer le produit d'usure $p.V.$ au niveau de la surface de contact des mâchoires (7), (7') et le tambour (1). Conclure.

$$p.V. = 2,07 * 168 * 0,035$$

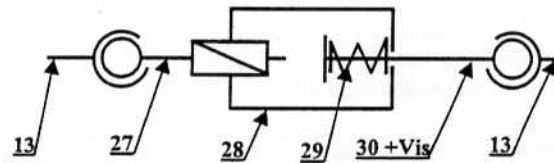
$$p.V. = 12,17.10^6 \text{ (N/m}^2\text{).m/s}$$

Conclusion : La résistance des surfaces de friction n'est pas suffisante.....

A.5. ETUDE GRAPHIQUE :

Pour des charges importantes sur la palette (P), un réglage de l'effort fourni par le ressort (23) (document 1) s'avère nécessaire afin d'assurer un contact sans glissement entre la palette (P) et la bande (10) solidaire au tambour (1).

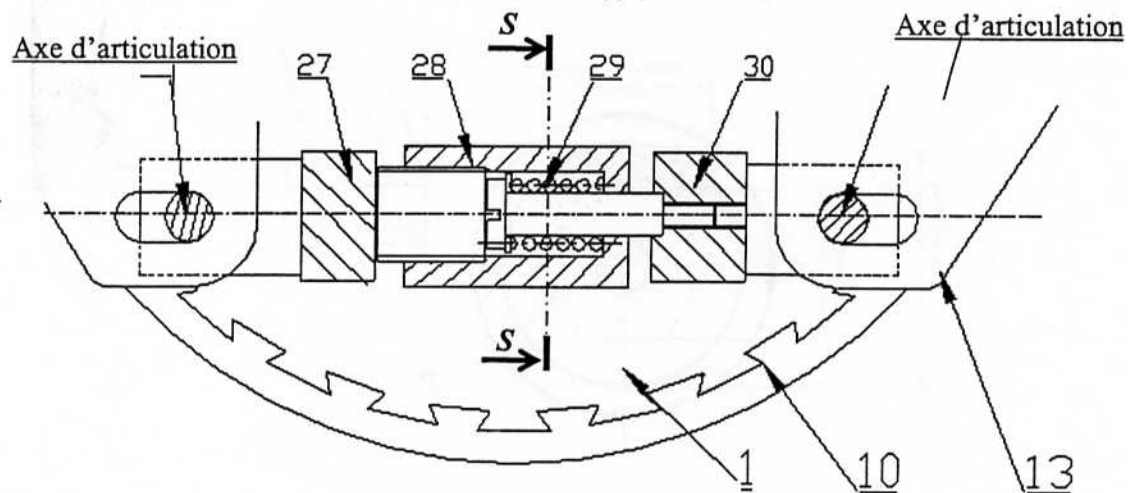
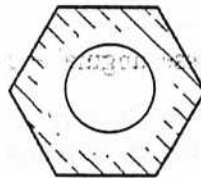
A partir du schéma cinématique suivant, compléter le dessin d'un nouveau mécanisme en coupe, assurant le réglage de l'effort du ressort de compression (29).



Les points à étudier sont :

- La liaison hélicoïdale de la chape cylindrique (27), avec l'écrou (28) de section S-S.
- Le guidage et le centrage du ressort de compression (29) par une vis qui doit être en liaison encastrement avec la chape cylindrique (30). La forme de cette vis doit être correctement étudiée.

S-S



Nouveau mécanisme en coupe à l'échelle 2:1

Nb : Le dessin à compléter correspond à la situation où le ressort (29) est en position de compression maximale

B-1. ÉTUDE DE L'USINAGE DE L'EMBOUT (12) (Figure B-1-2 - dossier présentation et travail demandé)

B-1-1- Préciser la signification et l'instrument de contrôle pour les différentes spécifications suivantes :

Spécification	Signification	Instrument de contrôle				
$\varnothing 20 h6$	Diamètre nominale de 20 mm Ajustement d'arbre de position h et de qualité 6.	Micromètre extérieur ou Calibre entre n'entre pas.				
$\varnothing 8H7$	Diamètre nominale de 8 mm Ajustement d'alésage normal de position H et de qualité 7.	Micromètre intérieur ou Tampon entre n'entre pas.				
<table border="1"><tr><td>D</td><td></td><td>0,1</td><td>A</td></tr></table>	D		0,1	A	Condition géométrique de battement double de la surface D par rapport à l'axe de la surface A avec un intervalle de tolérance de 0,1 mm.	Montage de contrôle avec comparateur à cadran.
D		0,1	A			
<div><div><div>Ra 1,6</div><div></div></div><div>Rectifiée</div></div>	Symbole de rugosité caractérisant une surface obtenue par enlèvement de matière par rectification et une rugosité arithmétique moyenne de 1,6 μm .	Rugosimètre				

B-1-2- Phase de fraisage :

Dans la suite, on s'intéresse à l'étude de l'usinage en phase de fraisage. La pièce est montée en montage mixte (entre mandrin du diviseur et la pointe tournante). Une fraise à 2 tailles de diamètre $D_f = 50 \text{ mm}$ avec un nombre de dents $z = 8$, est utilisée pour usiner les 6 faces de (E).

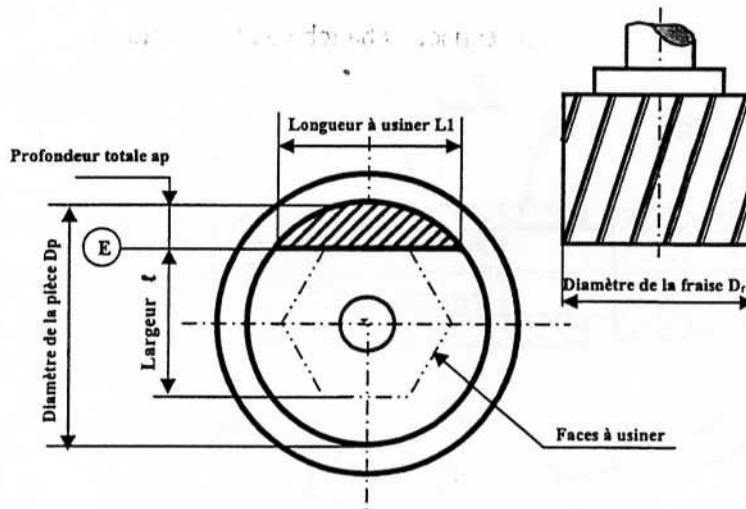


Figure B-1-3

B-1-2-1. Exprimer la longueur L_1 à usiner pour la 1^{ère} face de (E) en fonction de la profondeur totale a_p et du diamètre de la pièce D_p : (Figure B-1-3)

$$\left(\frac{D_p}{2}\right)^2 = \left(\frac{L_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{D_p}{2} - a_p\right)^2 \Leftrightarrow L_1^2 = 4\left(\frac{D_p^2}{4} - \frac{D_p^2}{4} + D_p \cdot a_p - a_p^2\right) \Leftrightarrow L_1 = 2 \cdot \sqrt{D_p \cdot a_p - a_p^2}$$

B-1-2-2. En se référant à la figure B-1-3, exprimer le temps d'usinage t_c lors d'une passe en fonction :

- de la profondeur a_p (mm)
- de l'avance par dent f_z (mm/tr/dent)
- de la vitesse de coupe V_c (m/mn)
- du diamètre de la pièce D_p (mm)
- du diamètre de la fraise D_f (mm)
- du nombre de dents de la fraise z

$$\text{Distance parcourue par la fraise} = L_1 + \frac{D_f}{2}$$

$$\text{Vitesse d'avance } V_f = \frac{f_z}{z} \cdot N$$

Temps effectif d'usinage

$$t_c = \frac{L_1 + \frac{D_f}{2}}{V_f} = \frac{L_1 + \frac{D_f}{2}}{\frac{f_z \cdot z}{z} \cdot N} = \frac{L_1 + \frac{D_f}{2}}{f_z \cdot z \cdot \frac{1000 V_c}{\pi D_f}} \Leftrightarrow \frac{\left(2 \cdot \sqrt{D_p \cdot a_p - a_p^2} + \frac{D_f}{2}\right) \cdot \pi \cdot D_f}{f_z \cdot z \cdot 1000 \cdot V_c} = t_c$$

B-1-2-3. L'usinage de chaque face de (E) se fait en deux opérations : ébauche et finition. On réserve à la finition une profondeur de passe p_{finition} de 0,5 mm. Les paramètres de coupe utilisés sont les suivants :

	Vitesse de coupe V_c (m / mn)	Avance par dent f_z (mm/tr/dent)	Profondeur de passe p (mm)
Ebauche (éb)	105	0,1	$p_{\text{ébauche}} = 1,5$
Finition (fn)	125	0,05	$p_{\text{finition}} = 0,5$

Calculer le nombre n de passes d'ébauche pour une face de (E):

$$n = \left(\frac{a_p - p_{\text{finition}}}{p_{\text{ébauche}}} \right) = \left(\frac{\left(\frac{D_p - D_f}{2} \right) - p_{\text{finition}}}{p_{\text{ébauche}}} \right) = \left(\frac{\left(\frac{20 - 13}{2} \right) - 0,5}{1,5} \right) = 2 \quad \boxed{n = \dots\dots\dots 2 \dots\dots}$$

B-1-2-4. Déterminer le temps total T_c pour réaliser l'ébauche de la 1^{ère} face de (E).

$$T_c = t_{c1\text{ébauche}} + t_{c1\text{finition}}$$

$$T_c = \frac{\left(2 \cdot \sqrt{D_p \cdot a_{p\text{ébauche}}} - a_{p\text{ébauche}}^2 + \frac{D_f}{2}\right) \cdot \pi \cdot D_f}{f_{z\text{ébauche}} \cdot z \cdot 1000 \cdot V_{c\text{ébauche}}} + \frac{\left(2 \cdot \sqrt{D_p \cdot a_{p\text{finition}}} - a_{p\text{finition}}^2 + \frac{D_f}{2}\right) \cdot \pi \cdot D_f}{f_{zfinition} \cdot z \cdot 1000 \cdot V_{cfinition}} =$$

$$T_c = \frac{\left(2 \cdot \sqrt{20 \cdot 1,5} - 1,5^2 + 2,5\right) \cdot \pi \cdot 50}{0,1 \cdot 8 \cdot 1000 \cdot 105} + \frac{\left(2 \cdot \sqrt{20 \cdot 3} - 3^2 + 2,5\right) \cdot \pi \cdot 50}{0,05 \cdot 8 \cdot 1000 \cdot 125} = 0,189$$

$$\boxed{T_c = 0,189 \text{ (mn)}}$$

B-1-2-5. Le temps d'ébauche des cinq autres faces de (E) est-il identique au temps de la 1^{ère} face de (E) ? Pourquoi ?

.....Non, car la longueur L_1 n'est pas identique aux autres faces.....

B-2. ÉTUDE DE L'USINAGE DE L'AXE (20) : (Figure B-2-1- dossier présentation et travail demandé).

On se propose d'ébaucher toutes les surfaces de l'axe (20) dans une même phase avec un montage mixte de la pièce (figure B-2-2). Une première opération consiste à dresser la

surface (3) et à réaliser un centrage pour loger une pointe tournante

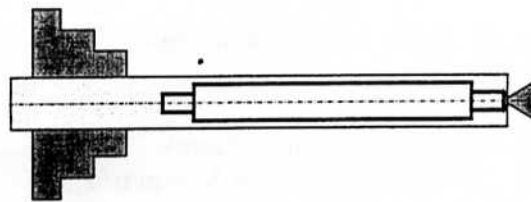
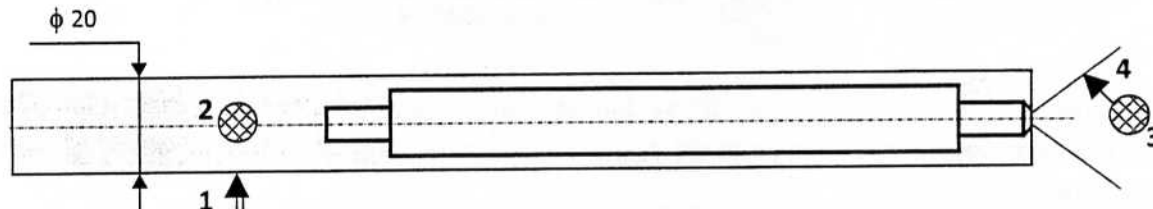


Figure B-2-2. Montage mixte

A la suite de la réalisation de toutes les surfaces, une opération de tronçonnage, par un outil à saigner, permet de découper la pièce à la longueur $L = 130 \text{ mm}$.

B-2-1. Représenter sur le dessin suivant l'isostatisme adéquat relatif au montage mixte :



B-2-2. On impose une vitesse de coupe en ébauche $V_c = 65 \text{ m/mn}$. Calculer la fréquence de rotation N à utiliser pour ébaucher la surface (5) :

$$N = \left(\frac{1000 V_c}{\pi D} \right) = \left(\frac{1000 \cdot 65}{\pi \cdot 20} \right) = 1034,5 \text{ tr/mn}$$

$$N = \dots 1034,5 \dots (\text{tr/mn})$$

B-2-3. Exprimer le temps de coupe T_c pour l'usinage de la surface (5) en fonction de l'avance par tour f , du diamètre de la pièce D , de sa longueur L et de la vitesse de coupe V_c :

$$T_c = \frac{L}{V_f} = \frac{L}{f \cdot N} = \frac{L}{f \cdot \frac{1000 \cdot V_c}{\pi \cdot D}} \Leftrightarrow \frac{L \cdot \pi \cdot D}{f \cdot 1000 \cdot V_c} = T_c$$

B-2-4. Pour une avance par tour $f = 0,3 \text{ mm/tr}$, calculer la vitesse d'avance V_f à utiliser pour l'ébauche de la surface (5) :

$$V_f = f \cdot N = f \cdot \frac{1000 \cdot V_c}{\pi \cdot D} = 0,3 \cdot \frac{1000 \cdot 65}{\pi \cdot 20} = 310,35 \text{ mm/mn}$$

$$V_f = \dots 310,35 \dots (\text{mm/mn})$$

B-2-5. On utilise un outil à chariotier à plaquette carbure rapportée. La durée de vie de cet outil a été calculée sur la base de la relation suivante :

$$T = 19,3 \cdot 10^6 \cdot V_c^{-3,5}$$

Calculer la durée de vie T d'un outil :

$$T = 19,3 \cdot 10^6 \cdot V_c^{-3,5} = 19,3 \cdot 10^6 \cdot 65^{-3,5} = 8,71 \text{ mn}$$

$$T = \dots 8,71 \dots (\text{mn})$$

B-2-6. On se propose d'usiner 200 pièces sans changer l'outil.

B-2-6. 1- Calculer le temps nécessaire T_{200} pour usiner la totalité des pièces :

$$T_{200} = 200 \cdot T_c = 200 \cdot \frac{L}{V_f} = 200 \cdot \frac{100}{310,35} = 64,44 \text{ mn}$$

$$T_{200} = \dots 64,44 \dots (\text{mn})$$

B-2-6. 2- Calculer la nouvelle vitesse de coupe V'_c pour usiner toutes les pièces avec la même avance par tour $f = 0,3 \text{ mm/tr}$:

$$T = T_{200} \Leftrightarrow 19,3 \cdot 10^6 \cdot V_c'^{-3,5} = 200 \cdot \frac{L \cdot \pi \cdot D}{f \cdot 1000 \cdot V_c'}$$

$$V_c'^{-3,5} = 200 \cdot \frac{L \cdot \pi \cdot D}{f \cdot 1000 \cdot 19,3 \cdot 10^6} \Leftrightarrow V_c' = \sqrt[3,5]{200 \cdot \frac{L \cdot \pi \cdot D}{f \cdot 1000 \cdot 19,3 \cdot 10^6}} = 29,2 \text{ m/mn}$$

B-3- Caractérisation de la roue (3) :

$$V'_c = \dots 29,2 \text{ (m/mn)}$$

B-3-1. Donner la signification des désignations suivantes :

X6 Cr Ni Ti 18-10 : Acier fortement allié à 0,06% de carbone, 18% de Chrome, 10% de Nickel, trace de titane.

S 185 : Acier d'usage général avec une limite élastique $Re = 185 \text{ MPa}$.

18 Cr Mo 4 : Acier faiblement allié à 0,18% de carbone, 1% de Chrome, trace de molybdène.

E 295 : Acier de construction mécanique avec une limite élastique $Re = 185 \text{ MPa}$.

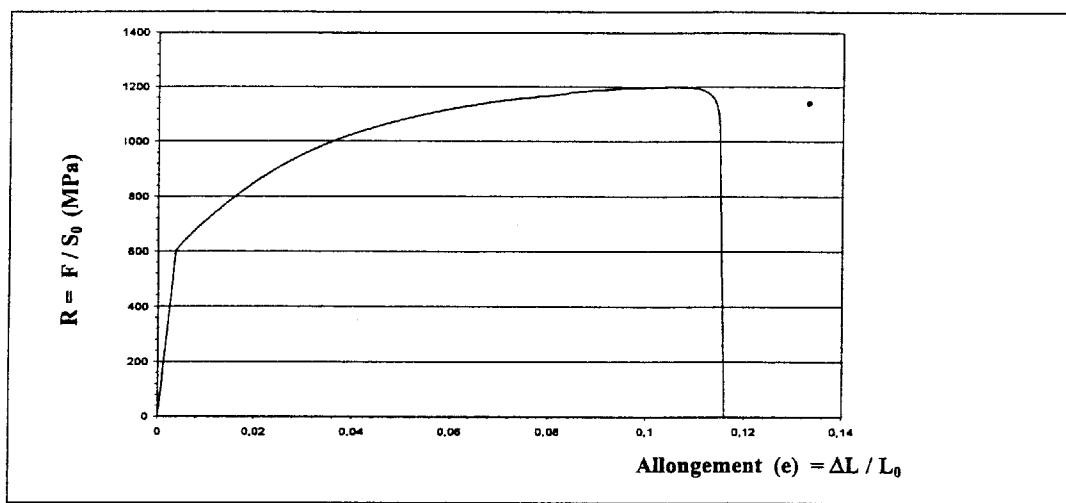
B-3-2. Proposer, en se justifiant, parmi les métaux ci-dessus désignés celui qui convient pour la fabrication de la roue (3) (Document 1).

Le matériau qui convient le mieux pour la fabrication de la roue (3) est le **18 Cr Mo 4**

En effet la roue (3) doit résister au frottement et à l'usure et le matériau utilisé doit accepter le traitement thermique superficiel de cémentation.

B-3-3. Essai de caractérisation :

Afin de caractériser le matériau choisi pour la roue (3), un essai de traction sur une éprouvette de la même nuance a été réalisé. Les résultats de cet essai sont représentés par la courbe expérimentale ci dessous :



B-3-3-1. Comment appelle-t-on cette courbe ?

..... *Courbe de traction conventionnelle*

B-3-3-2. A partir de la courbe expérimentale obtenue, déterminer les valeurs du module d'élasticité E , de la limite élastique R_e de la résistance maximale de traction R_m et la valeur de l'allongement du matériau $A\%$:

$E = \dots 150\,000 \dots (\text{MPa})$	$R_e = \dots 600 \dots (\text{MPa})$	$R_m = \dots 1200 (\text{MPa})$	$A\% = \dots 10,1 \dots$
---	--------------------------------------	---------------------------------	--------------------------

B-3-3-3. Formuler, à partir des données de la courbe expérimentale (F/S_0 , $\Delta L/L_0$), les relations des calculs pour représenter la courbe rationnelle (σ, ϵ) :

.....

$$\sigma = \frac{F}{S_0} \left(1 + \frac{\Delta L}{L_0}\right) \quad \epsilon = \text{Log} \left(1 + \frac{\Delta L}{L_0}\right)$$

B-3-4. La roue (3) travaille dans des conditions de frottement et d'usure. Les dents de cette roue doivent présenter une dureté superficielle d'environ 700HV. Proposer un traitement thermique permettant l'amélioration de ces conditions de travail :

Traitement thermique superficiel de cémentation

B-3-5. Expliquer brièvement le principe de ce traitement thermique:

.....La cémentation est un traitement thermique qui consiste à enrichir la couche superficielle en carbone pour former avec les éléments d'addition de l'acier une couche de carbure qui résiste bien au frottement et à l'usure. Ce traitement est suivi impérativement d'une trempe et d'un revenu

C-1. MECANIQUE GENERALE

C-1-1) Etude cinématique

C-1-1-1) Fermeture géométrique de la chaîne formée par les solides $\{S_1, S_2, S_3, S_4\}$

$$\vec{OA} + \vec{AI} = \vec{OI} \Rightarrow r \vec{y}_3 - a \vec{y}_4 + b \vec{z}_4 = r_2 \vec{n}$$

Par projection dans la base $(\vec{x}_0, \vec{y}_4, \vec{z}_4) \Rightarrow \begin{cases} r \cos \psi - a = -r_2 \sin \alpha \\ r \sin \psi + b = r_2 \cos \alpha \end{cases}$

Puisque α, a, r_2 et r sont des constantes alors l'angle ψ est constant.

$$\tan \psi = \frac{r_2 \cos \alpha - b}{-r_2 \sin \alpha + a}$$

C-1-1-2) Module du vecteur \vec{OG} en fonction de c, r et ψ .

$$e^2 = \|\vec{OG}\|^2 = (\vec{OA} + \vec{AG})^2 = (r \vec{y}_3 - c \vec{y}_4)^2$$

$$e = \|\vec{OG}\| = (r^2 + c^2 - 2rc \cos \psi)^{1/2}$$

C-1-1-3) Torseurs cinématiques :

a) $\{\mathcal{V}(S_2/S_1)\}_O = \begin{Bmatrix} -\dot{\phi} \vec{x}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_O$

$$\{\mathcal{V}(S_2/S_1)\}_O = \begin{Bmatrix} -\dot{\phi} \vec{x}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_O$$

b) $\{\mathcal{V}(S_3/S_1)\}_O = \begin{Bmatrix} \dot{\theta} \vec{x}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_O$

$$\{\mathcal{V}(S_3/S_1)\}_O = \begin{Bmatrix} \dot{\theta} \vec{x}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_O$$

c) $\{\mathcal{V}(S_4/S_1)\}_A = \begin{Bmatrix} \vec{\Omega}(S_4/S_1) \\ \vec{V}(A \in S_4/S_1) \end{Bmatrix}_A = \begin{Bmatrix} \dot{\theta} \vec{x}_0 \\ r \dot{\theta} \vec{z}_3 \end{Bmatrix}_A$

$$\{\mathcal{V}(S_4/S_1)\}_A = \begin{Bmatrix} \dot{\theta} \vec{x}_0 \\ r \dot{\theta} \vec{z}_3 \end{Bmatrix}_A$$

C-1-1-4) Vecteurs vitesses :

a) $\vec{V}(C \in S_2/S_1)$ exprimé dans la base $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$

$$\vec{V}(C \in S_2/S_1) = \vec{\Omega}(S_2/S_1) \wedge \vec{OC} = R_2 \dot{\phi} \vec{y}_0$$

$$\vec{V}(C \in S_2/S_1) = R_2 \dot{\phi} \vec{y}_0$$

b) $\vec{V}(I \in S_2 / S_1)$ exprimé dans la base $(\vec{x}_0, \vec{t}, \vec{n})$

$$\vec{V}(I \in S_2 / S_1) = \vec{\Omega}(S_2 / S_1) \wedge \vec{OI} = r_2 \dot{\phi} \vec{t}$$

$$\vec{V}(I \in S_2 / S_1) = r_2 \dot{\phi} \vec{t}$$

c) $\vec{V}(A \in S_3 / S_1)$ exprimé dans la base $(\vec{x}_0, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$

$$\vec{V}(A \in S_3 / S_1) = \vec{\Omega}(S_3 / S_1) \wedge \vec{OA} = r \dot{\theta} \vec{z}_3$$

$$\vec{V}(A \in S_3 / S_1) = r \dot{\theta} \vec{z}_3$$

d) $\vec{V}(O \in S_4 / S_1)$ exprimé dans la base $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$

$$\begin{aligned} \vec{V}(O \in S_4 / S_1) &= \vec{V}(A \in S_4 / S_1) + \vec{OA} \wedge \vec{\Omega}(S_4 / S_1) \\ &= r \dot{\theta} \vec{z}_3 + r \vec{y}_3 \wedge \dot{\theta} \vec{x}_0 = \vec{0} \end{aligned}$$

$$\vec{V}(O \in S_4 / S_1) = \vec{0}$$

e) $\vec{V}(G \in S_4 / S_1)$ exprimé dans la base $(\vec{x}_0, \vec{y}_4, \vec{z}_4)$

$$\begin{aligned} \vec{V}(G \in S_4 / S_1) &= \vec{V}(A \in S_4 / S_1) + \vec{GA} \wedge \vec{\Omega}(S_4 / S_1) \\ &= r \dot{\theta} \vec{z}_3 + c \vec{y}_4 \wedge \dot{\theta} \vec{x}_0 \\ &= r \dot{\theta} \vec{z}_3 - c \dot{\theta} \vec{z}_4 \\ &= -r \dot{\theta} \sin \psi \vec{y}_4 + (r \dot{\theta} \cos \psi - c \dot{\theta}) \vec{z}_4 \end{aligned}$$

$$\vec{V}(G \in S_4 / S_1) = -r \dot{\theta} \sin \psi \vec{y}_4 + (r \dot{\theta} \cos \psi - c \dot{\theta}) \vec{z}_4$$

f) $\vec{V}(I \in S_4 / S_1)$ exprimé dans la base $(\vec{x}_0, \vec{t}, \vec{n})$

$$\begin{aligned} \vec{V}(I \in S_4 / S_1) &= \vec{V}(O \in S_4 / S_1) + \vec{\Omega}(S_4 / S_1) \wedge \vec{OI} \\ &= \vec{0} + \dot{\theta} \vec{x}_0 \wedge r_2 \vec{n} = -r_2 \dot{\theta} \vec{t} \end{aligned}$$

$$\vec{V}(I \in S_4 / S_1) = -r_2 \dot{\theta} \vec{t}$$

C-1-1-4) Déterminer :

a) $\vec{V}(I \in S_4 / S_2)$ exprimé dans la base $(\vec{x}, \vec{t}, \vec{n})$ en fonction de r_2 , $\dot{\phi}$ et k

$$\begin{aligned} \vec{V}(I \in S_4 / S_2) &= \vec{V}(I \in S_4 / S_1) - \vec{V}(I \in S_2 / S_1) \\ &= -r_2 \dot{\theta} \vec{t} - r_2 \dot{\phi} \vec{t} = -r_2 (\dot{\theta} + \dot{\phi}) \vec{t} \end{aligned}$$

Or $\frac{\dot{\theta}}{\dot{\phi}} = k$ alors $\vec{V}(I \in S_4 / S_2) = -r_2 \dot{\phi} (1+k) \vec{t}$

$$\vec{V}(I \in S_4 / S_2) = -r_2 \dot{\phi} (1+k) \vec{t}$$

b) C.R.S.G au point C du solide (S_2) par rapport au solide (S_5)

$$\vec{V}(C \in S_2 / S_3) = \vec{0} \Rightarrow \vec{V}(C \in S_2 / S_1) = \vec{V}(C \in S_3 / S_1)$$

$$\Rightarrow R_2 \dot{\phi} \vec{y}_0 = \dot{y} \vec{y}_0$$

$$\text{C.R.S.G : } R_2 \dot{\phi} = \dot{y}$$

C-1-2) Etude dynamique et énergétique

C-1-2-1) Moment d'inertie I_2 de (S_2) par rapport à l'axe (O, \vec{x}_0)

$$I_2 = \int_{P \in S_2} (y^2 + z^2) dm = \int_{P \in S_2} r^2 dm$$

$$\text{Avec } dm = \frac{m_2}{\pi(R_2^2 - r_2^2) L_2} r dr d\theta L_2$$

$$I_2 = \frac{m_2}{\pi(R_2^2 - r_2^2)} \int_{r_2}^{R_2} r^3 dr \int_0^{2\pi} d\theta$$

$$I_2 = \frac{2\pi m_2}{4\pi(R_2^2 - r_2^2)} (R_2^4 - r_2^4)$$

$$I_2 = \frac{m_2}{2} (R_2^2 + r_2^2)$$

C- I-2-2) Torseurs cinétique et dynamique : $\{\mathcal{C}(S_2 / S_1)\}_O$ et $\{\mathcal{D}(S_2 / S_1)\}_O$ exprimés dans la base $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.

$$\{\mathcal{C}(S_2 / S_1)\}_O = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ -I_2 \dot{\phi} \vec{x}_0 \end{Bmatrix}_O$$

$$\{\mathcal{C}(S_2 / S_1)\}_O = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ -I_2 \dot{\phi} \vec{x}_0 \end{Bmatrix}_O$$

$$\{\mathcal{D}(S_2 / S_1)\}_O = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ -I_2 \ddot{\phi} \vec{x}_0 \end{Bmatrix}_O$$

C-1-2-3) Torseurs cinétique et dynamique : $\{\mathcal{C}(S_4 / S_1)\}_A$ et $\{\mathcal{D}(S_4 / S_1)\}_A$ exprimés dans la base $(\vec{x}_0, \vec{y}_4, \vec{z}_4)$.

$$\{\mathcal{C}(S_4 / S_1)\}_A = \begin{Bmatrix} m_4 \vec{V}(G / S_1) \\ \vec{AG} \wedge m_4 \vec{V}(G / S_1) \end{Bmatrix}_A = \begin{Bmatrix} m_4 [-r \dot{\theta} \sin \psi \vec{y}_4 + (r \dot{\theta} \cos \psi - c \dot{\theta}) \vec{z}_4] \\ -c \vec{y}_4 \wedge [-r \dot{\theta} \sin \psi \vec{y}_4 + (r \dot{\theta} \cos \psi - c \dot{\theta}) \vec{z}_4] \end{Bmatrix}_A$$

$$\{\mathcal{C}(S_4 / S_1)\}_A = \begin{Bmatrix} 0 & -m_4 c \dot{\theta} (r \cos \psi - c) \\ -m_4 r \dot{\theta} \sin \psi & 0 \\ m_4 \dot{\theta} (r \cos \psi - c) & 0 \end{Bmatrix}_A^{(\vec{x}_0, \vec{y}_4, \vec{z}_4)}$$

$$\{\mathcal{D}(S_4/S_1)\}_A = \left\{ \begin{array}{l} \bar{R}_d(S_4/S_1) \\ \bar{\delta}_A(S_4/S_1) \end{array} \right\}_A$$

Avec :

$$\bar{R}_d(S_4/S_1) = \left(\frac{d \bar{Q}(S_4/S_1)}{dt} \right)_{R_1} = \left(\frac{d \bar{Q}(S_4/S_1)}{dt} \right)_{R_4} + \bar{\Omega}(S_4/S_1) \wedge \bar{Q}(S_4/S_1)$$

$$\begin{aligned} \bar{R}_d(S_4/S_1) &= \begin{pmatrix} 0 \\ -m_4 r \ddot{\theta} \sin \psi \\ m_4 (r \cos \psi - c) \ddot{\theta} \end{pmatrix}_{R_4} + \begin{pmatrix} \dot{\theta} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{R_4} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ -m_4 r \dot{\theta} \sin \psi \\ m_4 (r \cos \psi - c) \dot{\theta} \end{pmatrix}_{R_4} \\ &= \begin{pmatrix} 0 \\ -m_4 r \ddot{\theta} \sin \psi - m_4 (r \cos \psi - c) \dot{\theta}^2 \\ m_4 (r \cos \psi - c) \ddot{\theta} - m_4 r \dot{\theta}^2 \sin \psi \end{pmatrix}_{R_4} \end{aligned}$$

$$\bar{\delta}_A(S_4/S_1) = \left(\frac{d \bar{\sigma}_A(S_4/S_1)}{dt} \right)_{R_1} + \bar{V}(A/S_1) \wedge m_4 \bar{V}(G/S_1)$$

$$\bar{\delta}_A(S_4/S_1) = -m_4 c \ddot{\theta} (r \cos \psi - c) \bar{x}_0 + \begin{pmatrix} 0 \\ -r \dot{\theta} \sin \psi \\ -r \dot{\theta} \cos \psi \end{pmatrix}_{R_4} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ -m_4 r \dot{\theta} \sin \psi \\ m_4 (r \cos \psi - c) \dot{\theta} \end{pmatrix}_{R_4}$$

$$\{\mathcal{D}(S_4/S_1)\}_A = \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ -m_4 r \ddot{\theta} \sin \psi - m_4 (r \cos \psi - c) \dot{\theta}^2 \\ m_4 (r \cos \psi - c) \ddot{\theta} - m_4 r \dot{\theta}^2 \sin \psi \end{array} \right\}_A \begin{pmatrix} -m_4 c [(r \cos \psi - c) \ddot{\theta} - r \dot{\theta}^2 \sin \psi] \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{(x_0, y_0, z_0)}$$

C-1-2-4) Energie cinétique du système $\Sigma = \{(S_2), (S_3), (S_4), \text{Ressort 9}\}$ par rapport au repère

$R_1(O, \bar{x}_0, \bar{y}_0, \bar{z}_0)$ en fonction de I_2 , m_4 , e , k et $\dot{\phi}$.

$$E_c(\Sigma/R_1) = E_c(S_2/R_1) + E_c(S_4/R_1)$$

$$E_c(S_2/R_1) = \frac{1}{2} I_2 \dot{\phi}^2$$

$$E_c(S_4/R_1) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \dot{\theta} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -\dot{\theta} r \sin \psi \\ \dot{\theta} r \cos \psi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -m_4 \dot{\theta} r \sin \psi \\ m_4 \dot{\theta} r \cos \psi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -m_4 \dot{\theta} c (r \sin \psi - c) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$E_c(\Sigma/R_1) = \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 (I_2 + m_4 k^2 e^2)$$

C-1-2-5) Loi de Coulomb et relation entre les composantes N_I et T_I appliquées par 4 sur 2

$$\vec{T}_I \cdot \vec{V}(I \in S_2 / S_4) \leq 0 ; \text{ Avec } \vec{V}(I \in S_2 / S_4) = r_2 \dot{\phi}(1+k) \vec{t} \quad \text{Donc. } \vec{T}_I = -T_I \vec{t}$$

\vec{T}_I et $\vec{V}_I(S_4/S_2)$ ont la même direction

$T_I = f_1 N_I$, avec f_1 est le coefficient de glissement

Relation entre N_I et T_I :

$$T_I = f_1 N_I$$

C-1-2-6) Bilan et torseurs des actions mécaniques extérieures appliquées sur (S_4)

Actions mécaniques à distance : négligeables

Actions mécaniques de contact :

$$\text{Actions mécaniques de } S_3 \text{ sur } S_4 \text{ en A : } \{\tau_{S_3 \rightarrow S_4}\}_A = \left\{ \begin{array}{c} Y_{34} \vec{y}_3 + Z_{34} \vec{z}_3 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_I$$

$$\text{Actions mécaniques de } S_2 \text{ sur } S_4 \text{ en I : } \{\tau_{S_2 \rightarrow S_4}\}_I = \left\{ \begin{array}{c} -N_I \vec{n} - T_I \vec{t} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_I$$

$$\text{Actions mécaniques du ressort 9 sur } S_4 \text{ en G : } \{\tau_{9 \rightarrow S_4}\}_G = \left\{ \begin{array}{c} -F \vec{z}_3 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_G$$

Moment résultant au point A :

$$\vec{\mathcal{M}}_A(S_4 \rightarrow S_4) = \vec{\mathcal{M}}_A(S_3 \rightarrow S_4) + \vec{\mathcal{M}}_A(S_2 \rightarrow S_4) + \vec{\mathcal{M}}_A(9 \rightarrow S_4)$$

$$\vec{\mathcal{M}}_A(S_3 \rightarrow S_4) = \vec{0}$$

$$\vec{\mathcal{M}}_A(S_2 \rightarrow S_4) = \vec{AI} \wedge (-N_I \vec{n} - T_I \vec{t}) = (-a \vec{y}_3 + b \vec{z}_3) \wedge (-N_I \vec{n} - T_I \vec{t})$$

$$\vec{\mathcal{M}}_A(S_2 \rightarrow S_4) = [N_I(a \cos \alpha - b \sin \alpha) + T_I(a \sin \alpha + b \cos \alpha)] \vec{x}_0$$

$$\vec{\mathcal{M}}_A(9 \rightarrow S_4) = \vec{AG} \wedge (-F \vec{z}_3) = c \vec{y}_4 \wedge (-F \vec{z}_3)$$

$$\vec{\mathcal{M}}_A(9 \rightarrow S_4) = F c \cos \psi \vec{x}_0$$

$$\vec{m}_A(\bar{S}_4 \rightarrow S_4) = [N_I(a \cos \alpha - b \sin \alpha) + T_I(a \sin \alpha + b \cos \alpha) + F c \cos \psi] \vec{x}_0$$

C-1-2-7) Application du théorème de moment dynamique à (S_4) au cours de son mouvement par rapport à (S_1) en projection sur la direction du vecteur \vec{x}_0 .

$$\vec{\mathcal{D}}_2(S_4/S_1) \cdot \vec{x}_0 = \vec{\mathcal{M}}_A(\bar{S}_4 \rightarrow S_4) \cdot \vec{x}_0$$

En tenant compte de la relation

$$T_I = f_1 N_I$$

On obtient :

$$-m_1 c [(r \cos \psi - c) \ddot{\theta} - r \dot{\theta}^2 \sin \psi] = [N_I (a \cos \alpha - b \sin \alpha) + f_1 N_1 (a \sin \alpha + b \cos \alpha) + F c \cos \psi]$$

Expression de N_I .

$$N_I = - \frac{F c \cos \psi + m_1 c [(r \cos \psi - c) \ddot{\theta} - r \dot{\theta}^2 \sin \psi]}{[(a \cos \alpha - b \sin \alpha) + f_1 (a \sin \alpha + b \cos \alpha)]}$$

C-1-2-8) Bilan et torseurs des actions mécaniques extérieures appliquées sur le système $\Sigma = \{(S_2), (S_3), (S_4), \text{Ressort 9}\}$:

Actions mécaniques à distance : négligeables

Actions mécaniques de contact :

Actions mécaniques de S_1 sur S_2 en O : $\{\tau_{S_1 \rightarrow S_2}\}_O = \left\{ \begin{matrix} Y_{12} \vec{y}_0 + Z_{12} \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_O$

Actions mécaniques de S_1 sur S_3 en O : $\{\tau_{S_1 \rightarrow S_3}\}_O = \left\{ \begin{matrix} Y_{13} \vec{y}_0 + Z_{13} \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_O$

Actions mécaniques du ressort S_5 sur S_2 en C : $\{\tau_{S_5 \rightarrow S_2}\}_C = \left\{ \begin{matrix} -N_c \vec{z}_0 + T_c \vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_C$

C-1-2-9) Puissance développée par les actions mécaniques extérieures appliquées sur le système Σ au cours de son mouvement par rapport à $R_1(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$:

$$P(\bar{\Sigma} \rightarrow \Sigma/S_1) = P(S_1 \rightarrow S_2/S_1) + P(S_1 \rightarrow S_3/S_1) + P(S_5 \rightarrow S_2/S_1)$$

$P(S_1 \rightarrow S_2/S_1) = 0$ et $P(S_1 \rightarrow S_3/S_1) = 0$ car les liaisons (S_2/S_1) et (S_3/S_1) sont supposées parfaites.

$$P(S_5 \rightarrow S_2/S_1) = \left\{ \begin{matrix} -N_c \vec{z}_0 + T_c \vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_C \left\{ \begin{matrix} -\dot{\varphi} \vec{x}_0 \\ R_2 \dot{\varphi} \vec{y}_0 \end{matrix} \right\}_C = T_c R_2 \dot{\varphi}$$

$$P(\bar{\Sigma} \rightarrow \Sigma/R_1) = T_c R_2 \dot{\varphi}$$

C-1-2-10) Puissance développée par les actions mutuelles entre les solides du système Σ

$$P_{\text{int}}(\Sigma/S_1) = P(S_2 \leftrightarrow S_4) + P(S_3 \leftrightarrow S_4) + P(S_2 \leftrightarrow S_4) + P(9 \leftrightarrow S_3) + P(9 \leftrightarrow S_4)$$

$$P(9 \leftrightarrow S_3) = P(9 \leftrightarrow S_4) = 0$$

$P(S_3 \leftrightarrow S_4) = 0$ Liaison (S_3/S_4) supposée parfaite.

$$P(S_2 \leftrightarrow S_4) = \left\{ \begin{matrix} -N_I \vec{n} - T_I \vec{t} \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_I \left\{ \begin{matrix} (\dot{\theta} + \dot{\varphi}) \vec{x}_0 \\ (1+k) \dot{\varphi} r_2 \vec{t} \end{matrix} \right\}_I$$

$$P_{\text{int}}(\Sigma/R_1) = -(1+k) \dot{\varphi} r_2 T_I$$

C-1-2-11) Equation scalaire traduisant le théorème de l'énergie cinétique appliqué au système Σ au cours de son mouvement par rapport au repère $R_1(O, \bar{x}_0, \bar{y}_0, \bar{z}_0)$.

$$\frac{d}{dt} E_c(\Sigma/S_1) = P(\bar{\Sigma} \rightarrow \Sigma/S_1) + P_{\text{int}}(\Sigma/S_1)$$

On a :

$$\frac{d}{dt} E_c(\Sigma/S_1) = \dot{\phi} \ddot{\phi} (I_2 + m_4 k^2 e^2)$$

$$P(\bar{\Sigma} \rightarrow \Sigma/S_1) + P_{\text{int}}(\Sigma/S_1) = T_c R_2 \dot{\phi} - (1+k) \dot{\phi} r_2 T_1$$

On obtient donc

$$(I_2 + m_4 k^2 e^2) \ddot{\phi} = T_c R_2 - (1+k) r_2 f_1 N_1$$

C-1-2-12) Equation différentielle qui régit la fonction $\phi(t)$:

On a :

$$\dot{\theta} = -k \dot{\phi}$$

$$(I_2 + m_4 k^2 e^2) \ddot{\phi} = T_c R_2 - (1+k) r_2 f_1 N_1$$

$$N_1 = - \frac{F c \cos \psi + m_4 c [(r \cos \psi - c) \ddot{\theta} - r \dot{\theta}^2 \sin \psi]}{[(a \cos \alpha - b \sin \alpha) + f_1 (a \sin \alpha + b \cos \alpha)]}$$

En posant $E = [(a \cos \alpha - b \sin \alpha) + f_1 (a \sin \alpha + b \cos \alpha)]$, on obtient:

$$\left[(I_2 + m_4 k^2 e^2) + \frac{k(1+k)f_1 r_2}{E} m_4 c (r \cos \psi - c) \right] \ddot{\phi} + \left[m_4 \frac{(1+k)f_1 r_2}{E} c r k^2 \sin \psi \right] \dot{\phi}^2 = [T_c R_2 + \frac{(1+k)f_1 r_2}{E} F c \cos \psi]$$

C-1-2-13) Expression de l'équation différentielle qui régit la fonction $\phi(t)$:

$$\ddot{\phi} + C \dot{\phi}^2 = D$$

Avec :

$$C = \frac{\left[m_4 c \frac{f_1 r_2}{E} (1+k) k^2 \sin \psi \right]}{\left[(I_2 + m_4 k^2 e^2) + \frac{f_1 r_2}{E} m_4 c (r \cos \psi - c) k (1+k) \right]}$$

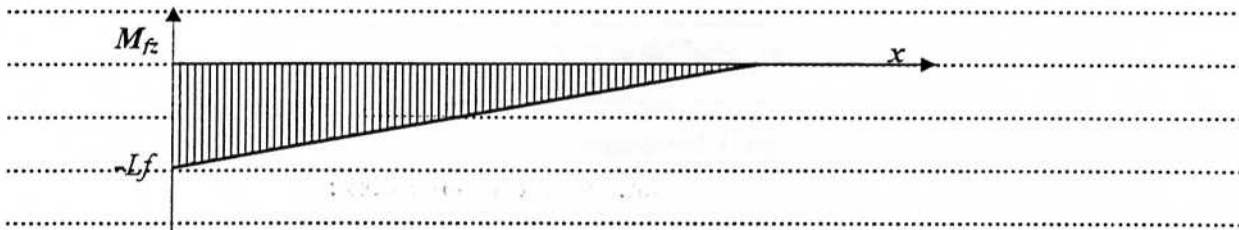
$$D = \frac{\left[T_c R_2 + F c \frac{(1+k)f_1 r_2}{E} \cos \psi \right]}{\left[(I_2 + m_4 k^2 e^2) + \frac{f_1 r_2}{E} m_4 c (r \cos \psi - c) k (1+k) \right]}$$

C-2-1 les composantes du torseur de cohésion tout au long de la ligne moyenne (OA) sont :

$$\{\tau^{coh}\}_G = \begin{Bmatrix} N \\ T_y \\ T_z \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} M_t \\ M_{fy} \\ M_{fz} \end{Bmatrix}_G = \begin{Bmatrix} 0 \\ F \\ 0 \end{Bmatrix} \wedge \begin{Bmatrix} L-x \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}_G$$

On obtient $\begin{cases} N=0 \\ T_y=F \\ T_z=0 \end{cases}$ et $\begin{cases} M_t=0 \\ M_{fy}=0 \\ M_{fz}=F(x-L) \end{cases}$

C-2-2 Le diagramme du moment de flexion est :



C-2-3 L'expression de la contrainte normale σ en fonction du moment de flexion dans la section droite la plus sollicitée est :

$$\sigma = \frac{M_{fz}}{I_{Gz}} y = \frac{FL}{I_{Gz}} y = \frac{54}{\pi^2 k m_n^2} F$$

C-2-4 L'expression permettant de calculer le module m_n est :

La condition de résistance s'exprime sous la forme :

$$\sigma - \frac{54}{\pi^2 k m_n^2} F \leq R_{pe}$$

Ainsi on obtient la condition suivante :

$$m_n \geq 2,34 \sqrt{\frac{F}{R_{pe}}}$$

C-2-5 L'équation différentielle de la déformée statique créée par la force F est :

$$EI_{Gz} \frac{d^2 f(x)}{dx^2} = M_{fz} = F(x-L)$$

A partir de l'équation différentielle :

$$EI_{Gx} \frac{d^2 f(x)}{dx^2} = F(x - L)$$

Par intégration on obtient:

$$EI_{Gx} \frac{df(x)}{dx} = \frac{1}{2} F(x^2 - 2Lx) + C_1$$

$$EI_{Gx} f(x) = \frac{1}{6} F(x^3 - 3Lx^2) + C_1 x + C_2$$

Où C_1 et C_2 sont deux constants d'intégration qui dépendent des conditions aux limites imposées à la poutre.

Pour le cas de cette poutre, les conditions aux limites sont les suivantes :

Pour $x=0$ $f(0) = 0$ et $f'(0) = 0$

Il résulte:

$$C_1 = 0 \text{ et } C_2 = 0$$

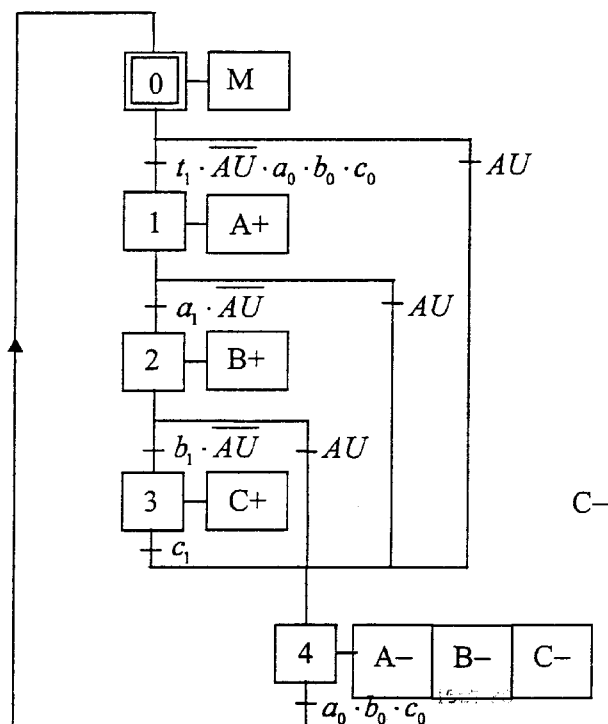
Ainsi on obtient l'expression de la flèche tout au long de la ligne moyenne de la poutre :

$$f(x) = \frac{1}{6EI_{Gx}} F (x^3 - 3Lx^2)$$

Donc la flèche au point A ($x=L$) prend pour expression :

$$f(L) = \frac{1}{3EI_{Gx}} F L^3$$

D-1



D-2-1-1.

calculer $v(\infty)$

K_2 : gain statique du système = $v(\infty) = 0.1 \text{ N.m/V}$

D-2-1-2.

calculer $G(p)$

$$G_1(p) = \frac{I(p)}{U(p)} = \frac{1}{R + Lp}; \quad G_2(p) = \frac{K_2}{1 + \tau p}$$

$$G(p) = K_1 G_1(p) G_2(p) = \frac{K_1 K_2}{(R + Lp)(1 + \tau p)} = \frac{5}{5.10^{-5} p^2 + 0.058 p + 8} = \frac{10^5}{p^2 + 1160 p + 160.10^3}$$

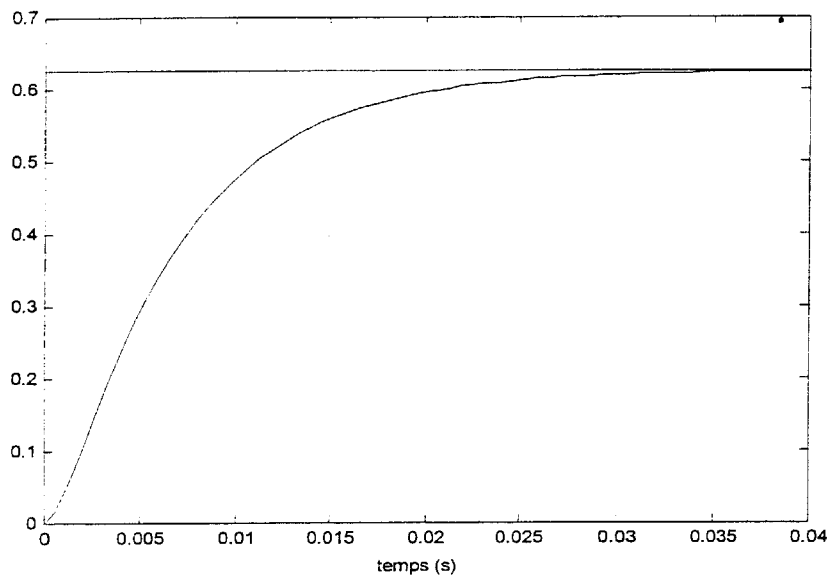
D-2-1-3.

$$G(p) = \frac{V(p)}{U(p)} \Rightarrow V(p) = G(p) \times \frac{1}{p} = \frac{10^5}{p(p^2 + 1160 p + 160.10^3)} = \frac{10^5}{p(p + 10^3)(p + 160)}$$

$$= 10^5 \left[\frac{\alpha}{p} + \frac{\beta}{p + 10^3} + \frac{\gamma}{p + 160} \right]$$

$$\alpha = 6.25 \times 10^{-6}, \beta = 1.1905 \times 10^{-6}, \gamma = -7.4405 \times 10^{-6}$$

$$\Rightarrow V(p) = \frac{0.625}{p} + \frac{0.119}{p + 10^3} - \frac{0.744}{p + 160} \Rightarrow v(t) = 0.625 + 0.119 e^{-10^3 t} - 0.744 e^{-160 t}$$



Institut Supérieur
 des Études Technologiques
 de Sfax
 4000 Sfax

D-2-1-4.

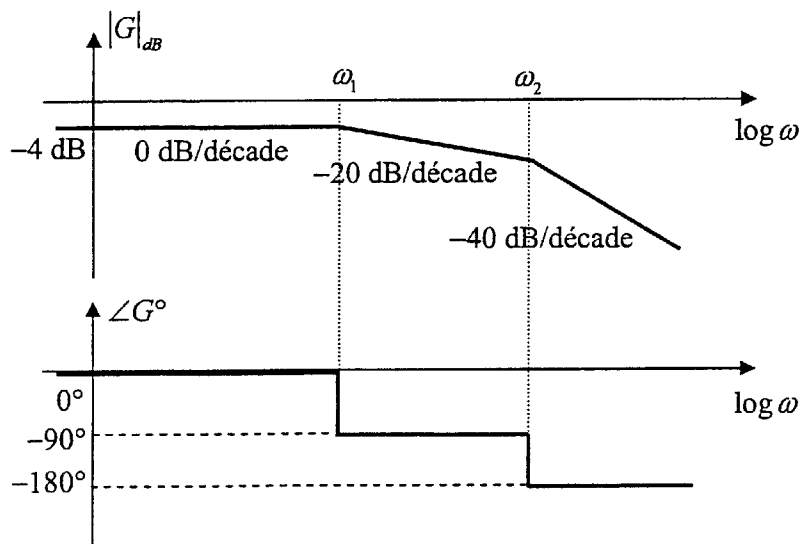
Système du second ordre avec deux pôles réels :

- Gain statique = $0.625 = -4 \text{ dB}$

- 1^{ère} pulsation de cassure : $\omega_1 = \frac{1}{1000} = 0.001 \text{ rad/s}$

Variante 1.0 = (en) u - omist

- 2^{ème} pulsation de cassure : $\omega_2 = \frac{1}{160} = 0.00625 \text{ rad/s}$



D-2-2-1.a.

$$C(p) = K \Rightarrow F(p) = \frac{KG_1(p)K_1}{1 + KG_1(p)K_1G_2(p)} = \frac{K_1K \frac{1}{R+Lp}}{1 + \frac{KK_1}{R+Lp} \frac{K_2}{1+\tau p}} = \frac{10^6 K (1+10^{-3}p)}{p^2 + \left(\frac{1}{\tau} + \frac{R}{L}\right)p + \frac{R+KK_1K_2}{\tau L}}$$

$$= \frac{10^6 K (1+10^{-3}p)}{p^2 + 1160p + 160 \times 10^3 + 10^5 K}$$

D-2-2-1.b.

$$\varepsilon(p) = T_{ref}(p) - V(p) = T_{ref}(p) - G_2(p)K_1G_1(p)K\varepsilon(p)$$

$$\Rightarrow [1 + KK_1G_1(p)G_2(p)]\varepsilon(p) = T_{ref}(p) \Rightarrow \varepsilon(p) = \frac{T_{ref}(p)}{1 + KK_1G_1(p)G_2(p)}$$

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \varepsilon(t) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{1}{1 + KK_1G_1(p)G_2(p)} = \frac{1}{1 + \frac{KK_1K_2}{R}} = 0.1 \Leftrightarrow \frac{KK_1K_2}{R} = 9 \Leftrightarrow K = \frac{9R}{K_1K_2} = 14.4$$

D-2-2-1.c.

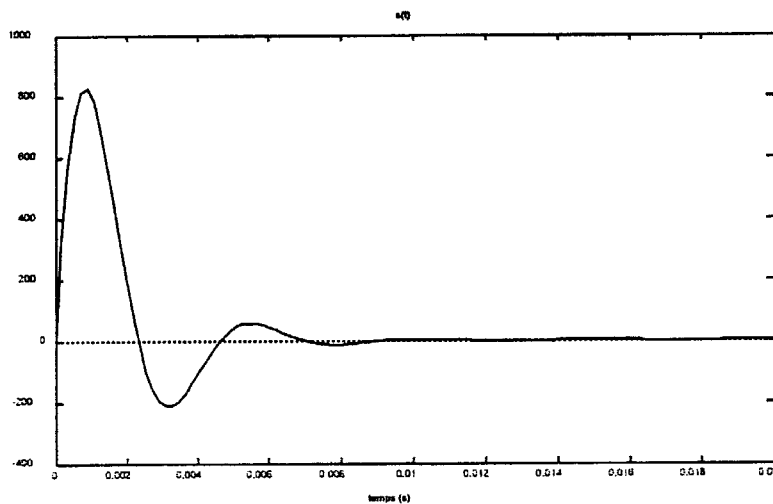
$$s(t) = T_f(t) + d(t) \Rightarrow S(p) = T_f(p) + D(p) \Rightarrow S(p) = K_1G_1(p)K\varepsilon(p) + D(p)$$

$$= -KK_1G_1(p)G_2(p)S(p) + D(p)$$

$$\Rightarrow S(p) = \frac{D(p)}{1 + KK_1G_1G_2} = 1 + \frac{2 \cdot 10^6}{p^2 + 1160p + 216 \cdot 10^4}$$

$$\Rightarrow s(t) = \delta(t) + \frac{1}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta \omega_n t} \sin(\omega_n \sqrt{1-\zeta^2} t)$$

avec $\zeta = 0.39$ et $\omega_n = 1.4 \text{ rad/s}$.



D-2-2-2.a.

$$F(p) = \frac{K_1 C(p) G_1(p)}{1 + K_1 C(p) G_1(p) G_2(p)} = \frac{K_p K_1 (1 + \tau p)(T_i p + 1)}{T_i p (R + Lp)(1 + \tau p) + K_p K_1 (T_i p + 1) K_2}$$

D-2-2-2.b.

Dénominateur de $F(p)$: $T_i \tau L p^3 + T_i (L + R \tau) p^2 + (T_i R + K_p K_1 K_2 T_i) p + K_p K_1 K_2$

En considérant $a_3 = T_i \tau L$, $a_2 = T_i (L + R \tau)$, $a_1 = T_i R + K_p K_1 K_2 T_i$, $a_0 = K_p K_1 K_2$,

le tableau de Routh est alors donné par :

a_3	a_1	0
a_2	a_0	0
$\frac{a_2 a_1 - a_3 a_0}{a_2}$	0	
a_0		

La CNS de stabilité est : $(8 + 5K_p)T_i - 4,3 \cdot 10^{-3} K_p > 0$.

D-2-2-2.c.

Correcteur PI \Rightarrow erreur statique de position nulle.