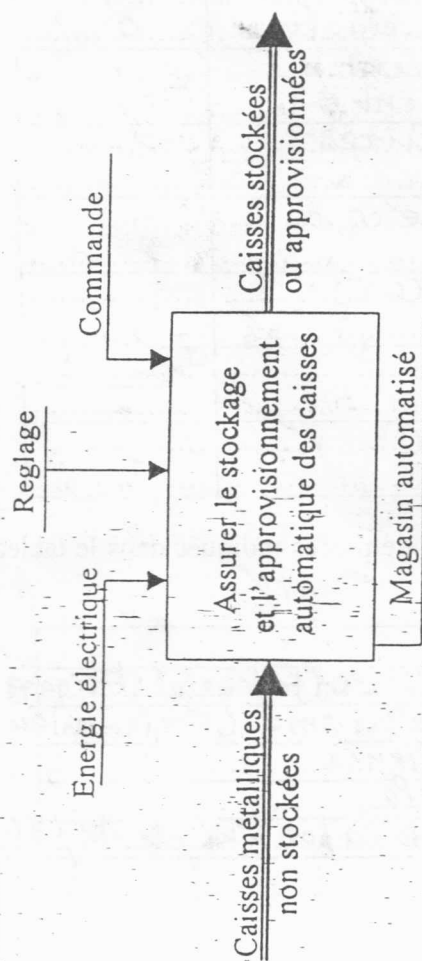
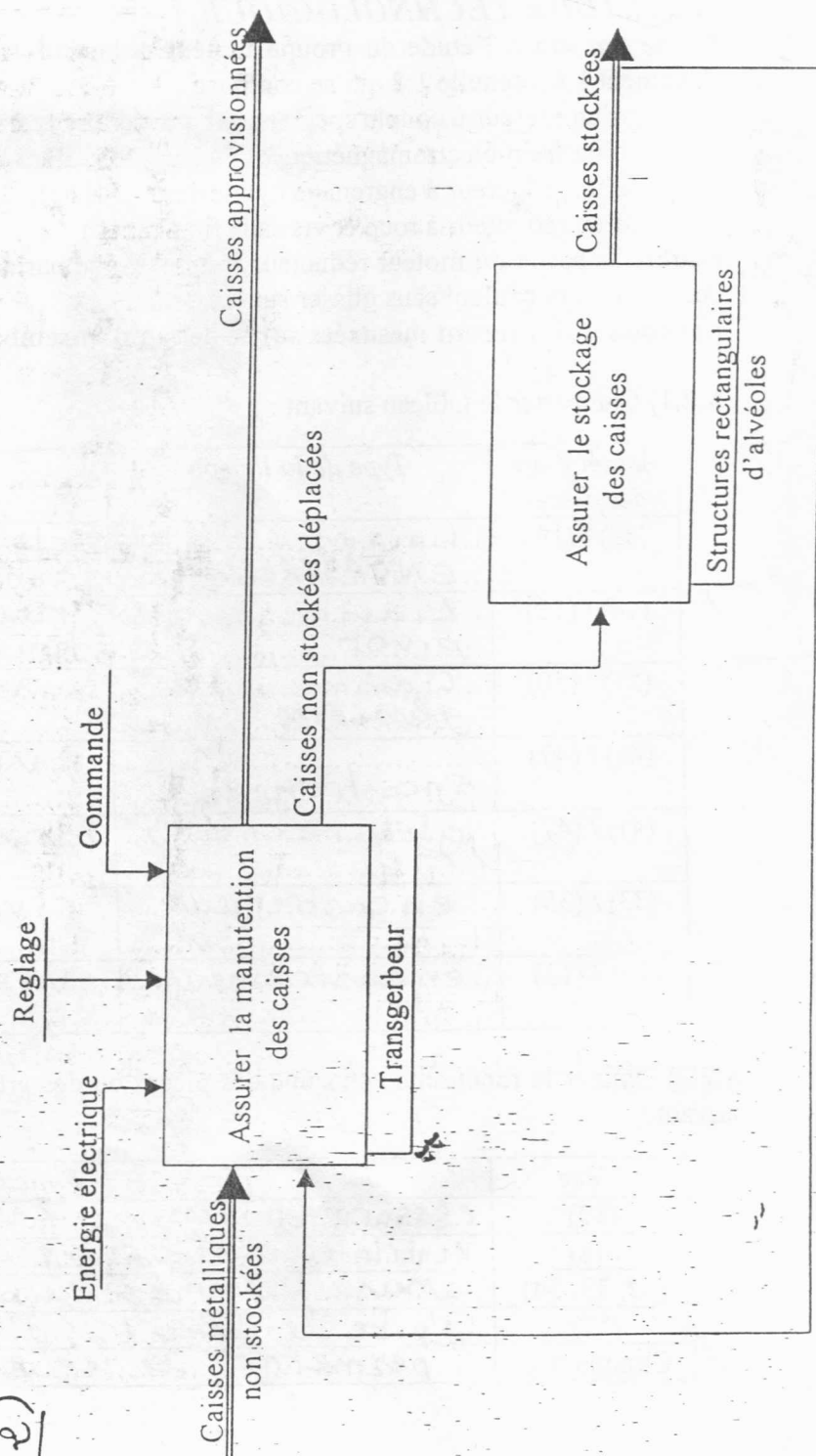
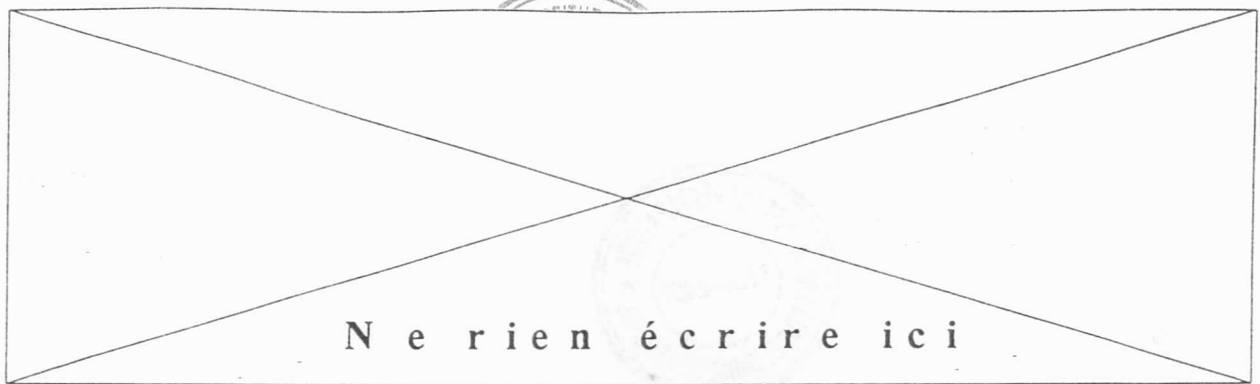


A.1.1)



A.1.2)





## A.2) ETUDE TECHNOLOGIQUE

On se limitera à l'étude du groupe moteur réducteur frein présenté par le dessin d'ensemble du document 1 à l'échelle 1:2 qui se compose :

- d'un moteur à couple spécial pour assurer un démarrage progressif (50, 51, 52, 53),
- x - d'un frein électromagnétique (32, 33, 34, 36, 37, 39, 40, 41, 42, 47), —
- d'un réducteur à engrenage cylindrique (54, 55),
- d'un réducteur à roue et vis sans fin (12, 16).

L'arbre de sortie du moteur réducteur frein entraîne par accouplement un essieu qui se compose de deux roues qui roulent sans glisser sur les deux rails.

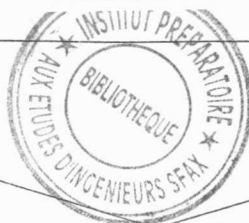
Les cotes utiles seront mesurées sur le dessin d'ensemble du document 1.

A.2.1) Compléter le tableau suivant :

Assemblage des pièces	Type de la liaison	Assuré par	Degré de liberté
(55) / (16)	Liaison ENCASTREMENT	clavette et anneau élastique	0
(16) / (13)	Liaison PIVOT	roulement 10 roulement 59	1
(35) / (50)	Liaison glissière	canne lures	1
(45) / (47)	Encastrement	vis écrou	0
(41) / (47)	glissière	3 droits (45)	1
(33) / (35)	encastrement	rivets	0
(22) / (13)	encastrement	vis (10)	0

A.2.2) Donner la fonction de chacune des pièces ou des groupes de pièces indiqués dans le tableau suivant :

Pièce	Fonction
(37)	ressort de pression fournit l'effort axial (Freinage)
(48)	ventilateur refroidit le mécanisme (Frein-moteur)
(32, 33, 34)	assure le freinage par adhérence
(57)	évite les fuites d'huile
Clinquant C	permettre le réglage de la position de 12/16.



N e r i e n é c r i r e i c i

### A.2.3) Etude du réducteur

Données :

- engrenages cylindriques à dentures droites (54, 55) :  $Z_{54} = 36$  dents,  $Z_{55} = 61$  dents et  $\eta_1 = 0,95$   
 $\eta_1$  est le rendement.
- roue et vis sans fin : vis à deux filets,  $Z_{12} = 60$  dents et  $\eta_2 = 0,75$
- moteur : puissance  $P_m = 7,5$  Ch (  $1\text{Ch} = 736$  W ), vitesse de rotation en charge  $N_m = 1450$  tr/min.

A.2.3.1) Calculer le couple transmis à la vis sans fin (16)

$$\left. \begin{aligned} C_{16} &= \frac{30 \times P_m}{\pi N_{16}} \\ P_{16} &= 12 \times P_m \end{aligned} \right\} C_{16} = \frac{30 \times 0,95 \times 7,5 \times 736}{\pi \times 1450 \times (36/61)} \quad C_{16} = 58,5 \text{ mN}$$

A.2.3.2) Calculer le couple transmis à l'arbre de sortie (5)

$$C_5 = \frac{30 \eta_1 \eta_2 P_m}{\pi N_5} = \frac{30 \times 0,95 \times 0,75 \times 7,5 \times 736}{\pi \times 1450 \times \frac{36}{61} \times \frac{e}{60}} \quad C_5 = 1316,7 \text{ mN}$$

A.2.3.3) Vérifier la résistance au matage de la clavette (3). On admet que la pression de matage du matériau de la clavette est :  $p_{adm} = 150 \text{ N/mm}^2$ .

$$p = \frac{F}{h \cdot L} = \frac{2 C_5}{d_s \cdot h \cdot L} \quad p = \frac{2 \times 1316,7 \cdot 10^3}{3 \times 22 \times 38} \quad p = 1050 \text{ N/mm}^2$$

$p_{max} = 150 \text{ N/mm}^2$  la résistance n'est pas assurée

### A.2.4) Etude du frein

On donne :

- Couple de freinage  $C_f = 100 \text{ mN}$
- Coefficient de frottement d'adhérence  $f = 0,35$

A.2.4.1) Calculer l'effort presseur axial que doit fournir le ressort (37).

$$C_f = \frac{2}{3} \pi n N f \frac{R^3 - r^3}{R^2 - r^2} \Rightarrow N = \frac{3}{2 \times 2 \times 0,35} \times 100 \times \frac{62^3 - 50^3}{62^2 - 50^2} \quad N = F_s = 2541,3 \text{ N}$$

A.2.4.2) Calculer la force électromagnétique que doit fournir la bobine (42) pour libérer l'arbre (50), sachant que l'entre-fer est  $e = 4 \text{ mm}$  et la raideur du ressort est  $k = 20 \text{ N/mm}$ .

$$F_0 = F_s + k e \quad F_0 = 2541,3 + 4 \times 20 \quad F_0 = 2621,3 \text{ N}$$

A.2.4.3) Vérifier la résistance au cisaillement des doigts (45). On admet que la contrainte admissible de cisaillement du matériau des doigts est :  $\tau_{max}(adm) = 80 \text{ N/mm}^2$

$$\tau = \frac{4 F_0}{\pi d e} \leq \tau_{max} \quad \tau = \frac{4 \times e}{\pi \times 62 \times 140 \times 3} \times \frac{30 \times 715 \times 736 \cdot 10^3}{\pi \times 1450} \quad \tau = 6,12 \text{ N/mm}^2 < \tau_{adm}$$

N e r i e n é c r i r e i c i

### A.2.5) Cotation fonctionnelle

A.2.5.1) Quelle est l'utilité de chacune des conditions J (entre (12) et (16)) et K (entre (5) et (11)) indiquées sur le dessin de la figure 3.

J : positionnement de l'avis par rapport à la roue

K : éviter le contact du bout d'arbre mobile avec le couvercle 11.

A.2.5.2) Tracer sur le dessin ci-dessous les chaînes de côtes minimales relatives aux conditions J et K.

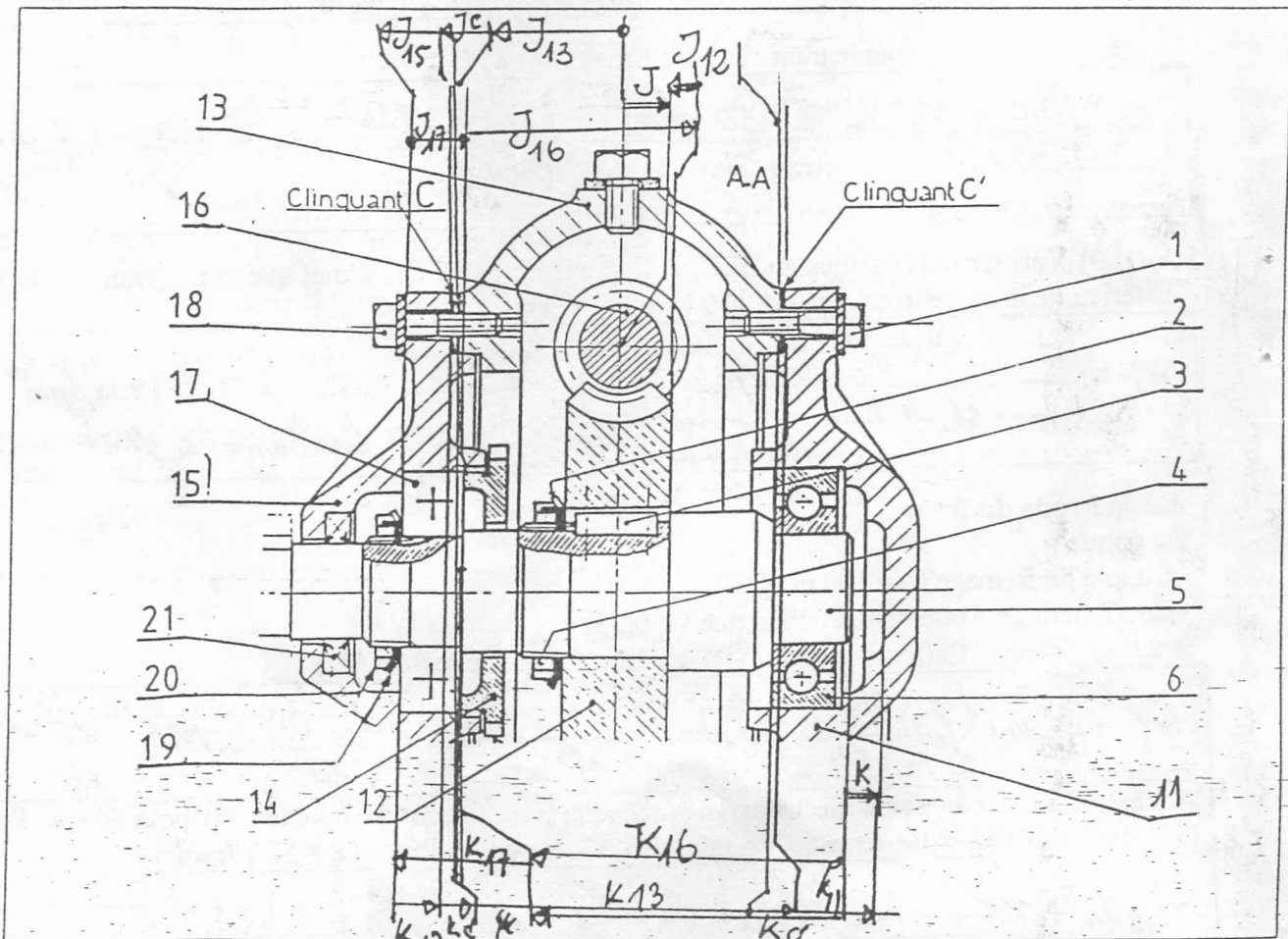
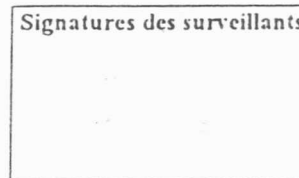
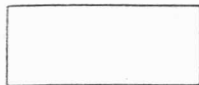


Figure 3 : Chaînes de côtes.

A.2.5.3) Etablir les expressions donnant  $J_{max}$  et  $K_{mini}$

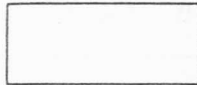
$$J_{max} = (J_{16} + J_{17})_{max} - (J_{15} + J_{18} + J_{13} + J_{12})_{min}$$

$$K_{mini} = (K_{11} + K_{17})_{max} - (K_{13} + K_{14} + K_{15} + K_{16})_{min}$$



Nom : ..... Prénom : .....

Identification :       Série :



A.2.5.4) Donner les ajustements qualitatifs des assemblages indiqués dans le tableau suivant :

Assemblage	Ajustement (normalisé)	Assemblage	Ajustement (normalisé)
(41)/(45)	$\phi d H 7 g 6$	(10)/(13)	$\phi D H 7$
(54)/(50)	$\phi d H 7 h 6$	(21)/(5)	$\phi d h 11$
(10)/(16)	$\phi d k 6$	(21)/(15)	$\phi H 7$

### A.2.6) Etude de conception

On se propose de modifier la conception du guidage en rotation de la vis sans fin (16) en remplaçant le roulement (10) et le roulement (59) par deux roulements à une rangée de billes à contact oblique. Compléter le dessin à l'échelle 1:2 de la figure 4 par :

A.2.6.1) le montage des roulements à une rangée de billes et à contact oblique,

A.2.6.2) la liaison encastrement entre (16) et (55),

A.2.6.3) l'étanchéité du système,

A.2.6.4) la cotation des assemblages fonctionnels.

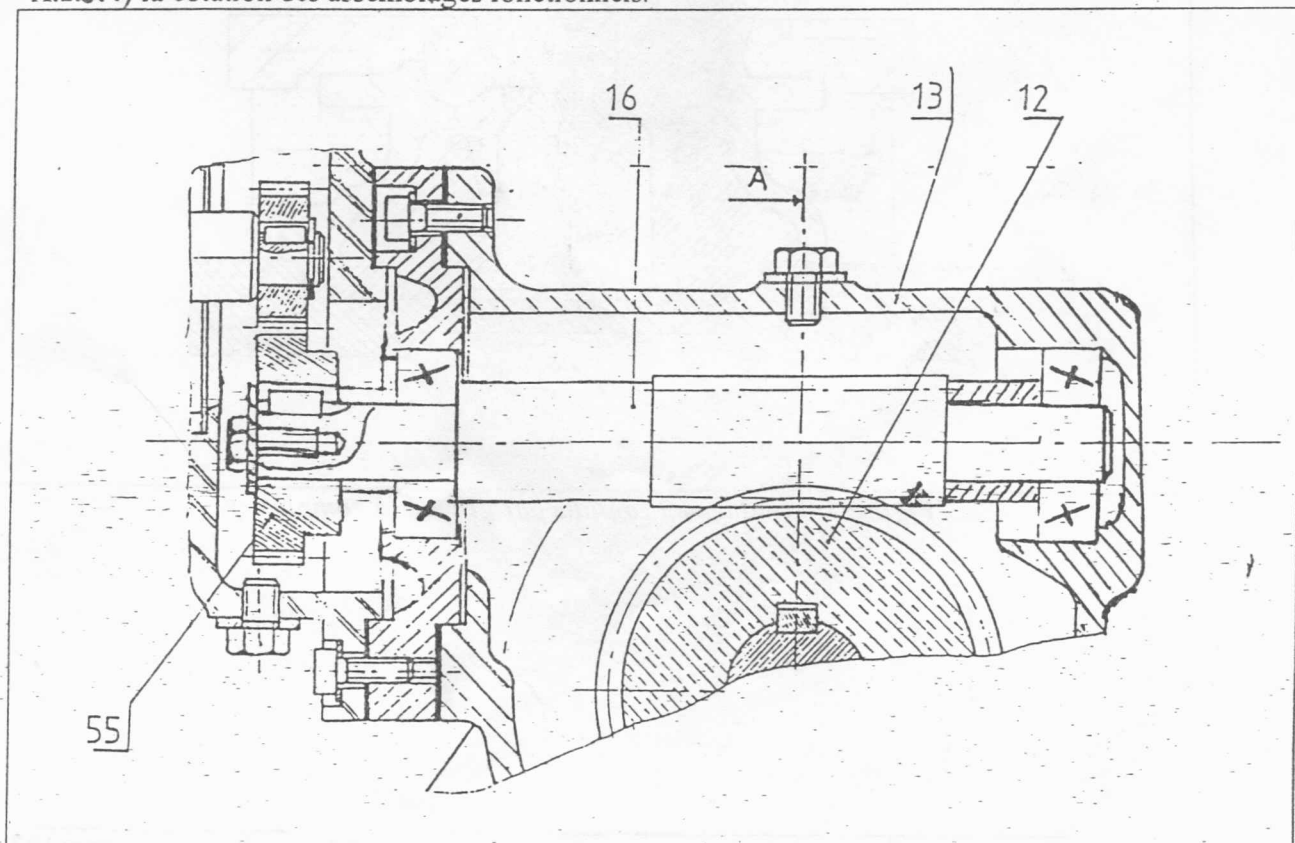
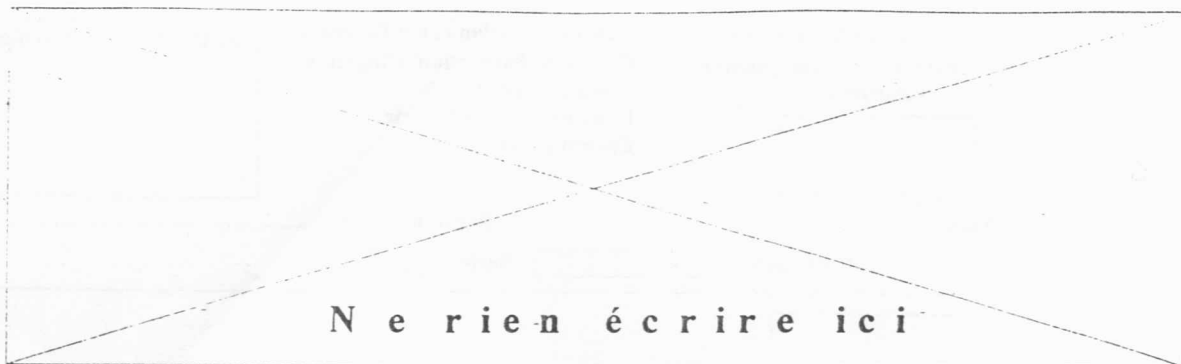


Figure 4 : Conception.





### A.3) TECHNOLOGIE DE PRODUCTION

Le boîtier (26) dont le dessin de définition est donné dans le document 2, sera fabriqué à raison de 50000 pièces lancées par série de 10000 pièces pendant 5 ans. Les surfaces à usiner sont repérées par des lettres majuscules. Toutes les autres surfaces resteront brutes.

La pièce étudiée est en EN AB – 21 000 (Al Cu 4 Mg Ti).

#### A.3.1) Elaboration du brut

La pièce brute de la figure 5 est obtenue par moulage.

A.3.1.1) Quelle est la définition de la désignation du matériau EN AB – 21 000 (Al Cu 4 Mg Ti).

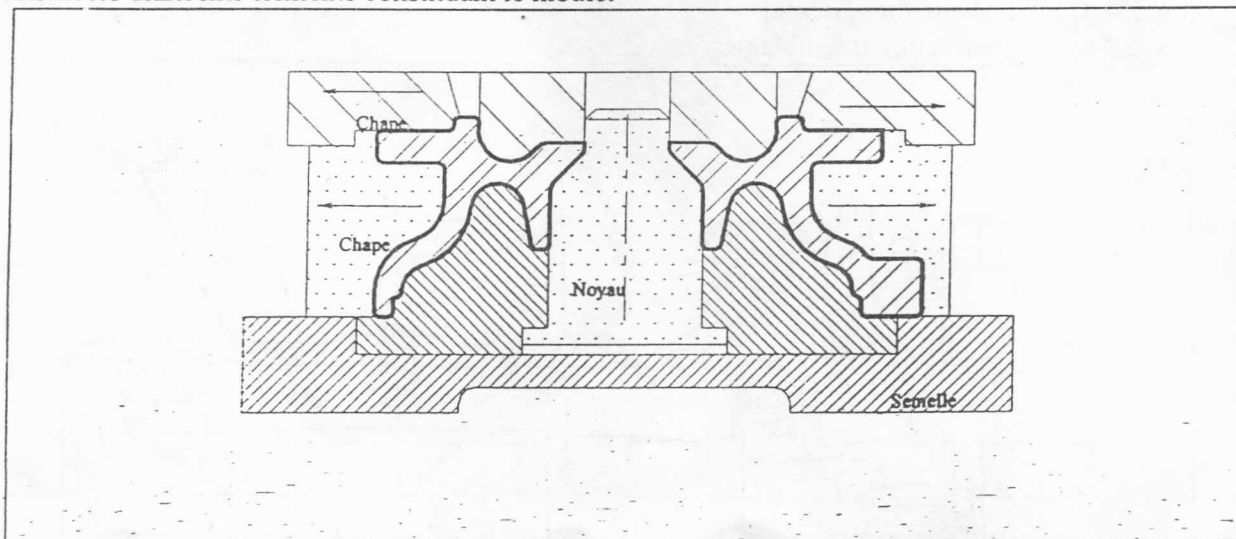
*Alliage d'aluminium moulé à 4 % de Cuivre-Magnésium, Titane*

*A : aluminium - B : lingot pour refusion - 21000 : code numérique (composition chimique)*

A.3.1.2) Quel est le procédé de moulage à utiliser ? justifier votre réponse.

*Procédé de moulage en coquille par gravité. Faible température de coulée – grandes série – formes complexes de la pièce.*

A.3.1.3) La pièce brute est obtenue par moulage en coquille par gravité, compléter la figure 5 en précisant les différents éléments constituant le moule.



*Figure 5: Moulage en coquille par gravité (à compléter).*



### A.3.2) Usinage

A.3.2.1) On veut usiner les surfaces A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L et M sur **un tour parallèle**. Les surfaces T1, T2 et T3 seront usinées sur une fraiseuse.

Compléter le tableau suivant en précisant l'outil à utiliser permettant d'obtenir en  **finition**  chacune des surfaces (ou groupe de surfaces).

Surface-(s)	Opération	Outil
A, M	Alésage	Outil � al�ser
B, F	Alésage	Outil � al�ser
C, J	Alésage	Outil � al�ser
E	Chanfreinage	Outil � al�ser coudé
G	Dressage	Outil � chariot�er et � dresser
H, I	Dressage	Outil � saigner
K	Dressage	Outil � chariot�er et � dresser
T1	Perçage	Forêt $\Phi 10$
T3	Lamage	Fraise � lamer $\Phi 20$

A.3.2.2) On veut usiner les surfaces A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L et M sur **un tour à commande numérique**   tourelle avant. Les surfaces T1, T2 et T3 seront usinées sur une fraiseuse.

Dans la première sous phase de tournage à commande numérique, on décide d'usiner les surfaces G, H et I (profil P1, P2, P3, P4) en deux opérations ( bauche et finition).

Dans la suite, on ne s'intéressera qu'à la finition du profil défini par les points P1, P2, P3 et P4. L'outil utilisé pour effectuer cette opération est schématisé dans le tableau ci après. Cet outil est initialement placé au point  $O_i$  de coordonnées :  $X = 160 \text{ mm}$  et  $Z = 100 \text{ mm}$ , par rapport à l'origine programme  $O_p$ . La profondeur de passe  $p$  de finition est prise constante suivant les deux directions X et Z et est égale à :  $0,5 \text{ mm}$ .

Après l'opération de finition du même profil, l'outil devrait être placé au point  $O_i$ .

Compléter le tableau ci-après en précisant :

- les axes suivant lesquels les mouvements de l'outil sont commandés numériquement,
- la symbolisation géométrique des éléments de reprise de la pièce pendant l'usinage,
- définir les coordonnées des différents points limitant la trajectoire de l'outil par rapport à l'origine programme  $O_p$ , en tenant compte des points d'approche et de dégagement,
- schématiser la trajectoire de l'outil,
-  crire les séquences permettant d'effectuer la  **finition**  des surfaces G, I et H. On ne s'intéresse qu'à la programmation de la trajectoire de l'outil.

On donne :

G00 : fonction opératoire d'avance rapide.

G01 : fonction opératoire d'avance de travail linéaire.

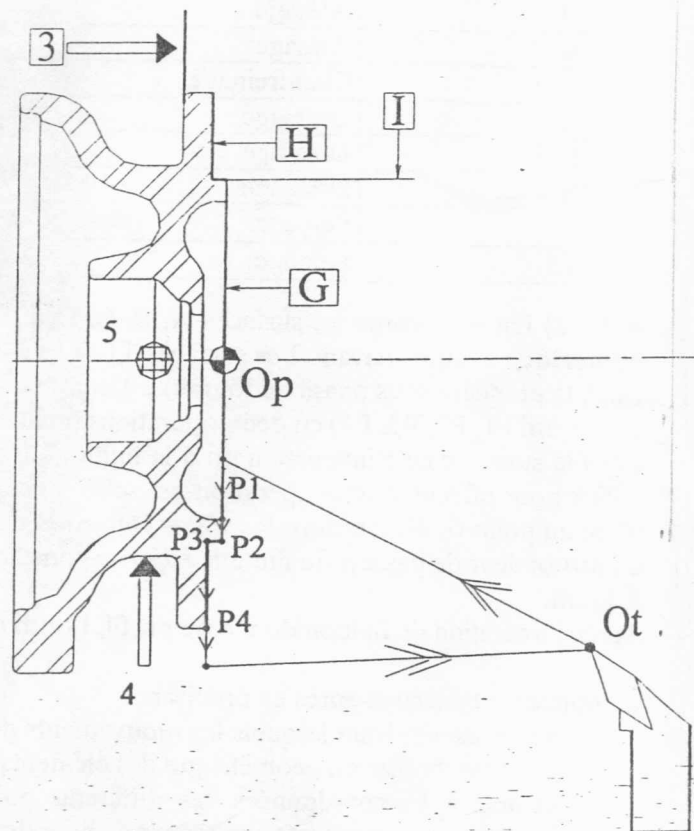
N e r i e n é c r i r e i c i

*Séquences de programmation*

N100 G00 X85 Z0  
 N110 G01 X99,082 Z0  
 N120 G01 X99,082 Z-3,95  
 N130 G01 X150  
 N140 G00 X160 Z100  
 N150

Point	X	Z
Ot	160	100
P0	85	0
P1	88	0
P2	99,082	0
P3	99,082	-3,95
P4	148	-3,95
P5	150	-3,95
Ot	160	100

*Isostatisme, origine programme, référentiel machine, trajectoire de l'outil*





## MECANIQUE GENERALE

### ETUDE DYNAMIQUE

B.1.1) Condition de roulement sans glissement

$$\begin{aligned} \vec{V}_I(S_1/S_0) &= \vec{V}_I(S_1/R_0) - \vec{V}_I(S_0/R_0) = \vec{0} \\ \vec{V}_J(S_2/R_0) &= \vec{V}_J(S_2/R_0) - \vec{V}_J(S_0/R_0) = \vec{0} \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} \dot{x} = R \dot{\varphi}_1 \\ \dot{x} = R \dot{\varphi}_2 \\ \dot{x} = R \dot{\varphi}_1 \\ \dot{\varphi}_1 = \dot{\varphi}_2 \end{cases}$$

B.1.2) Energie Cinétique

$$E_c(S/R_0) = \frac{1}{2} m_3 \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m_4 (\dot{x}^2 + \dot{z}^2) + 2 \times \left[ \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} J \dot{\varphi}_1^2 \right]$$

$$E_c(S/R_0) = \frac{1}{2} \left[ m_3 + m_4 + 2m + 2 \frac{J}{R^2} \right] \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m_4 \dot{z}^2$$

B.1.3) Torseurs dynamiques

$$\{ \mathcal{D}_{S_1/R_0} \}_{G_1} = \begin{Bmatrix} m \ddot{x} \vec{x}_0 \\ J \ddot{\varphi}_1 \vec{y}_0 \end{Bmatrix}, \quad \{ \mathcal{D}_{S_2/R_0} \}_{G_2} = \begin{Bmatrix} m \ddot{x} \vec{x}_0 \\ J \ddot{\varphi}_2 \vec{y}_0 \end{Bmatrix}$$

$$\{ \mathcal{D}_{S_3/R_0} \}_{G_3} = \begin{Bmatrix} m_3 \ddot{x} \vec{x}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}, \quad \{ \mathcal{D}_{S_4/R_0} \}_{G_4} = \begin{Bmatrix} m_4 (\ddot{x} \vec{x}_0 + \ddot{z} \vec{z}_0) \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$$

B.1.4) Application du théorème de la résultante dynamique au système  $S = \{ S_1, S_2, S_3, S_4 \} / R_0$

$$\begin{cases} \vec{e}_x / \vec{x}_0 : (2m + m_3 + m_4) \ddot{x} = T_1 - T_2 \\ \vec{e}_z / \vec{z}_0 : m_4 \ddot{z} = N_1 + N_2 - (2m + m_3 + m_4) g \end{cases}$$

B.1.5) Application du théorème du moment dynamique, au mvt du système  $S = \{ S_1, S_2, S_3, S_4 \} / R_0$ .

$$\left[ \frac{2J}{R} + 2mh + m_4(z-h) \right] \ddot{x} = -\eta N_1 + (N_1 - N_2)l + (T_2 - T_1)(r+h)$$

B.16) Application du théorème du moment dynamique aux m<sup>ts</sup> de S<sub>1</sub>/R<sub>0</sub> et de S<sub>2</sub>/R<sub>0</sub>

$$\begin{cases} J \ddot{\varphi}_1 = C_1 - (2N_1 + RT_1) = \text{projection sur } (G_1, \vec{y}_0) \\ J \ddot{\varphi}_2 = RT_2 = \text{projection sur } (G_2, \vec{y}_0) \end{cases}$$

B.17) Expressions de composantes normales N<sub>1</sub> et N<sub>2</sub> :  
on a obtenu le système d'équations suivant:

$$\begin{cases} (2m + m_3 + m_4) \ddot{x} = T_1 - T_2 \\ m_4 \ddot{z} = N_1 + N_2 - (2m + m_3 + m_4)g \\ \left[ \frac{2J}{R} - 2mh + (3-h)m_4 \right] \ddot{x} = (T_2 - T_1)(R+h) - \eta N_1 + (N_1 - N_2)l \\ J \ddot{\varphi}_1 = C_1 - (2N_1 + RT_1) \\ J \ddot{\varphi}_2 = RT_2 \end{cases}$$

Il en résulte les deux équations suivante:

$$\begin{cases} N_1 + N_2 = m_4 \ddot{z} + (2m + m_3 + m_4)g \\ (N_1 - N_2)l = C_1 + (3m_4 + hm_3) \ddot{x} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} N_1 = \frac{1}{2} \left[ m_4 \ddot{z} + \frac{3m_4 + hm_3}{l} \ddot{x} - \frac{C_1}{l} + (2m + m_3 + m_4)g \right] \\ N_2 = \frac{1}{2} \left[ m_4 \ddot{z} - \left( \frac{3m_4 + hm_3}{l} \right) \ddot{x} + \frac{C_1}{l} + (2m + m_3 + m_4)g \right] \end{cases}$$

on vérifie pour le cas particulier  $\ddot{z} = 0$ ,  $\ddot{x} = 0$ ,  $C_1 = 0$

$$\boxed{N_1 = N_2 = \frac{1}{2} (2m + m_3 + m_4)g}$$

### 3.4) ÉTUDE R.D.N

B 2 1) Torseurs de cohésion  $\left\{ \begin{matrix} N \\ T_y \\ T_z \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} N \\ T_y \\ T_z \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} m_t \\ m_{fy} \\ m_{fz} \end{matrix} \right\}_{G \times \vec{x}\vec{y}\vec{z}}$

$A < G < B$   
 $0 < n < 40 \text{ mm}$

$$\left\{ \begin{matrix} N \\ T_y \\ T_z \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} m_t \\ m_{fy} \\ m_{fz} \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0 \\ 710 \\ -2000 \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} -60 \\ -2000n \\ -710n \end{matrix} \right\}_{(G \times \vec{x}\vec{y}\vec{z})}$$

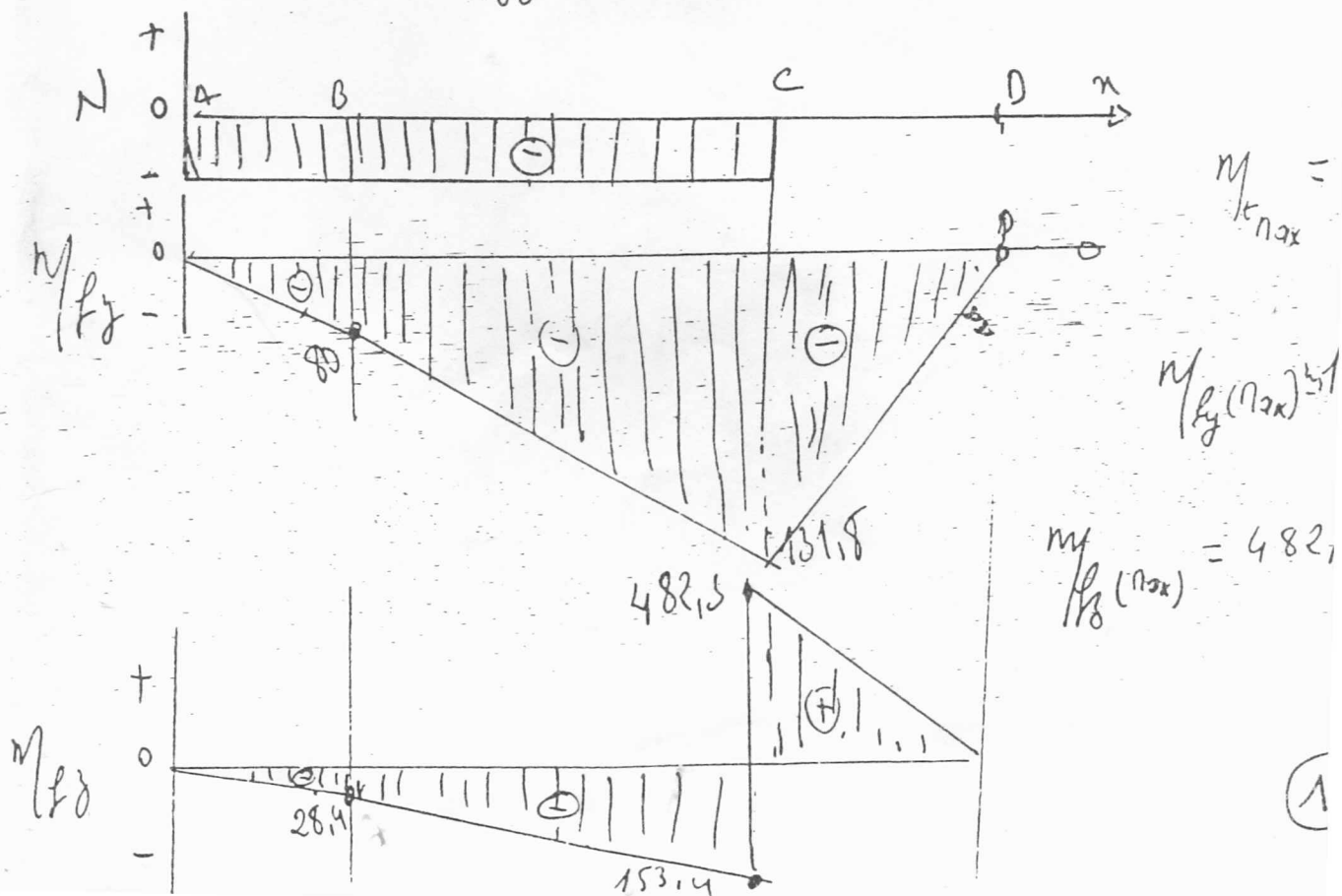
$B < G < C$   
 $40 < n < 140 \text{ mm}$

$$\left\{ \begin{matrix} N \\ T_y \\ T_z \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} m_t \\ m_{fy} \\ m_{fz} \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0 \\ +1250 \\ 2118 \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} -60 \\ 2118n - 164,72 \\ -1250n + 21,6 \end{matrix} \right\}_{G \times \vec{x}\vec{y}\vec{z}}$$

$C < G < D$

$$\left\{ \begin{matrix} N \\ T_y \\ T_z \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} m_t \\ m_{fy} \\ m_{fz} \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} -22000 \\ -6890 \\ -1882 \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} 0 \\ +1882(0,21+n) \\ 6890(0,21-n) \end{matrix} \right\}_{(G \times \vec{x}\vec{y}\vec{z})}$$

B 2 2) Diagramme d'efforts de cohésion  
 $N, m_t, m_{fy}$  et  $m_{fz}$



B.2.3) Vérification de la résistance à la torsion

$$\tau = \frac{M_t}{I_G} r = \frac{M_t}{\frac{\pi d^4}{32} \cdot \frac{d}{2}} = \frac{16 M_t}{\pi d^3} \leq \frac{R_{e2}}{\gamma} = \tau_{adm} = 50 \text{ N/mm}^2$$

$$M_t = 60 \cdot 10^3 \text{ mmN} \quad d = 20 \text{ mm}$$

$$\tau = \frac{16 \times 60 \cdot 10^3}{\pi \times 20^3} = 38,9 \text{ N/mm}^2 \quad \tau_{eff} < \tau_{adm}.$$

B.2.4) Vérification de résistance à la flexion

$$M_{fmax} = \sqrt{(131,8)^2 + (1,82,3)^2} \quad \left| \begin{array}{l} M_{fmax} \approx 500 \text{ mm}^2 \end{array} \right.$$

$$\sigma = \frac{M_f}{I_G} \cdot \frac{d}{2} = \frac{32 \times 500 \cdot 10^3}{\pi \times 20^3} \quad \left| \sigma \approx 636,62 \text{ N/mm}^2 \right.$$

ou  
la résistance à la flexion est assurée

AutomatiqueC.1 Modélisation du système électromécaniqueC.1.1

Équations mécaniques

$$\begin{aligned}
 \textcircled{1} & \quad C_m - C_1 = J_m \frac{d\omega_m}{dt} + f_m \omega_m \\
 \textcircled{2} & \quad C_m = k_e i_a \\
 \textcircled{3} & \quad \frac{1}{p_1} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{C_1}{C_2} \quad \text{avec } \omega_1 = \omega_m \\
 \textcircled{4} & \quad \frac{1}{p_2} = \frac{\omega_3}{\omega_2} = \frac{C_2}{C_3} \\
 \textcircled{5} & \quad C_3 - C_r = J_e \frac{d\omega_3}{dt} + f_e \omega_3
 \end{aligned}$$

A partir des équations  $\textcircled{3}$  et  $\textcircled{4}$ , nous avons :

$$C_3 = p_2 C_2 = p_1 p_2 C_1$$

$$\text{et } \omega_3 = \frac{\omega_2}{p_2} = \frac{\omega_1}{p_1 p_2} = \frac{\omega_m}{p_1 p_2}$$

En reportant ces expressions dans l'équation  $\textcircled{5}$ , on obtient :

$$p_1 p_2 C_1 - C_r = \frac{J_3}{p_1 p_2} \frac{d\omega_m}{dt} + \frac{f_3}{p_1 p_2} \omega_m$$

$$\text{D'où : } C_1 = \frac{C_r}{p_1 p_2} + \frac{J_3}{(p_1 p_2)^2} \frac{d\omega_m}{dt} + \frac{f_3}{(p_1 p_2)^2} \omega_m$$

Il vient donc,

$$C_m - \frac{C_r}{p_1 p_2} = J_{eq} \frac{d\omega_m}{dt} + f_{eq} \omega_m$$

$$\text{avec } J_{eq} = J_m + \frac{J_3}{(p_1 p_2)^2}$$

$$f_{eq} = f_m + \frac{f_3}{(p_1 p_2)^2}$$



### C. 1. 2.

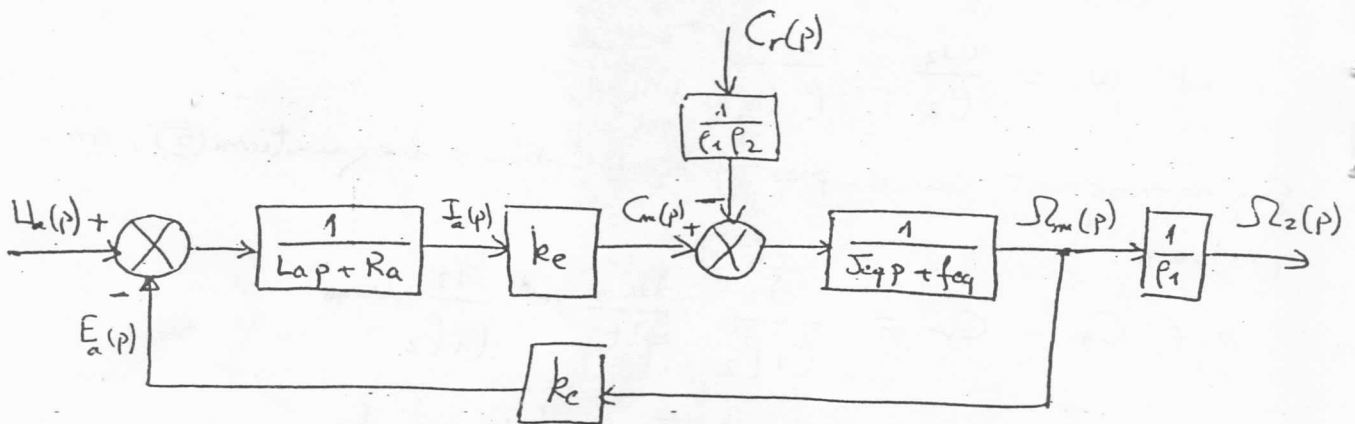
#### Equations électriques

$$\begin{cases} u_a - e_a = R_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt} \\ e_a = k_e \omega_m \end{cases} \xrightarrow{\mathcal{L}[\cdot]} \begin{cases} U_a(p) - E_a(p) = (L_a p + R_a) I_a(p) \\ E_a(p) = k_e \Omega_m(p) \end{cases}$$

#### Equations mécaniques

$$\begin{cases} C_m - \frac{C_r}{p_1 p_2} = J_{eq} \frac{d\omega_m}{dt} + f_{eq} \omega_m \\ C_m = k_e i_a \\ \omega_2 = \frac{1}{p_1} \omega_m \end{cases} \xrightarrow{\mathcal{L}[\cdot]} \begin{cases} C_m(p) - \frac{C_r(p)}{p_1 p_2} = (J_{eq} p + f_{eq}) \Omega_m(p) \\ C_m(p) = k_e I_a(p) \\ \Omega_2(p) = \frac{1}{p_1} \Omega_m(p) \end{cases}$$

D'ou le schéma fonctionnel du système d'entraînement électromécanique :



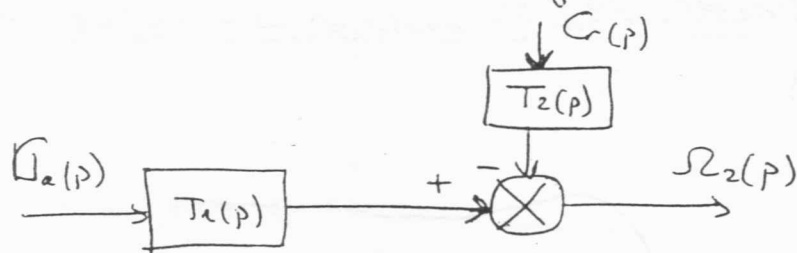
### C. 1. 3

On applique le théorème de superposition, il vient :

$$\Omega_2(p) = T_1(p) U_a(p) + T_2(p) C_r(p)$$

$$\text{avec } T_1(p) = \left. \frac{\Omega_2(p)}{U_a(p)} \right|_{C_r=0} \quad \text{et} \quad T_2(p) = \left. \frac{\Omega_2(p)}{C_r(p)} \right|_{U_a=0}$$

D'où le schéma fonctionnel de la question C.1.2 peut se mettre sous la forme suivante:



avec

$$T_1(p) = \frac{b_0}{p^2 + a_1 p + a_0}$$

$$T_2(p) = \frac{C_1 p + C_0}{p^2 + a_1 p + a_0}$$

$$b_0 = \frac{k_e}{L_a J_{eq} p_1}$$

$$C_1 = \frac{1}{p_1^2 p_2 J_{eq}}$$

$$a_1 = \frac{R_a J_{eq} + f_{eq} L_a}{L_a J_{eq}}$$

$$C_0 = \frac{R_a}{p_1^2 p_2 J_{eq} L_a}$$

$$a_0 = \frac{R_a f_{eq} + k_e^2}{L_a J_{eq}}$$

C.1.4

$$T_1(p) = \frac{b_0}{p^2 + a_1 p + a_0} = \frac{k_1 \omega_0^2}{p^2 + 2m\omega_0 p + \omega_0^2}$$

$$\begin{cases} \omega_0^2 = a_0 \\ 2m\omega_0 = a_1 \\ k_1 = \frac{b_0}{a_0} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \omega_0 = \sqrt{a_0} \\ m = \frac{a_1}{2\omega_0} = \frac{a_1}{2\sqrt{a_0}} \\ k_1 = \frac{b_0}{a_0} \end{cases}$$

A.N:

$$\begin{cases} k_1 = 0,294 \\ m = 0,685 \\ \omega_0 = 73,2 \text{ rad/s} \end{cases}$$

## C.2: Étude du système en boucle fermée

### C.2.1: Régulateur proportionnel $R(p) = K_P$

$$C_r = 0$$

$$E(p) = \frac{\Omega_{ref}(p)}{1 + K_P T_A(p)} \quad \text{avec } \Omega_{ref}(p) = \frac{\omega_0}{p}$$

$$E(\omega) = \lim_{p \rightarrow 0} p \frac{\frac{\omega_0}{p}}{1 + K_P T_A(p)} = \frac{\omega_0}{1 + K_P k_1}$$

$$E(\omega) = 0,1 \cdot \omega_0 \quad (\Rightarrow) \quad \frac{\omega_0}{1 + K_P k_1} = 0,1 \omega_0$$

$$\Rightarrow K_P = \frac{0,9 \omega_0}{0,1 \omega_0 k_1} = \frac{9}{k_1}$$

$$\text{A.N: } k_1 = 0,294 \quad \Rightarrow \quad \underline{K_P = 30,6}$$

### C.2.2

$$\text{F.T ou B.F.} \quad H(p) = \frac{K_P T_A(p)}{1 + K_P T_A(p)}$$

$$\text{Soit } H(p) = \frac{48 \cdot 160}{p^2 + 100,2 p + 53 \cdot 510}$$

$$\text{Gain statique } K = 0,9$$

$$\text{Coef d'amortissement } m = 0,217$$

$$\text{pulsation propre non amortie } \omega_0 = 231 \text{ rad/s}$$

C.2.13

$$E(p) = \Omega_1(p) - \Omega_2(p)$$

avec  $\Omega_2(p) = K_p T_1(p) E(p) + T_2(p) r(p)$

D'où 
$$E(p) = \frac{\Omega_{ref}(p) + T_2(p) r(p)}{1 + K_p T_1(p)}$$

$$E(\infty) = \lim_{p \rightarrow 0} p E(p) = \frac{\omega_0 + k_2 c_0}{1 + K_p k_1}$$

A.N: 
$$E(\infty) = \frac{90 + 0,0043 \times 100}{1 + 30,6 \times 0,294} = 9,043$$

C.2.2 Régulateur PI  $R(p) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i p}\right)$

C.2.2.1 Étude de la stabilité

F.T. en B.F 
$$H(p) = \frac{\frac{K_p b_0}{T_i} (1 + T_i p)}{p[p^2 + a_1 p + a_0] + \frac{K_p}{T_i} b_0 (1 + T_i p)}$$

Equation Caractéristique :

$$p^3 + a_1 p^2 + (a_0 + \frac{K_p b_0}{T_i}) p + \frac{K_p b_0}{T_i}$$

Tableau de Routh

$p^3$	1	$a_0 + K_p b_0$	Conditions de stabilité $K_p > 0$
$p^2$	$a_1$	$\frac{K_p b_0}{T_i}$	
$p^1$	$\frac{a_1(a_0 + K_p b_0) - \frac{K_p b_0}{T_i}}{a_1}$		Soit $T_i > \frac{b_0 K_p}{a_1 a_0 + a_1 a_0 K_p}$
$p^0$	$\frac{K_p b_0}{T_i}$		

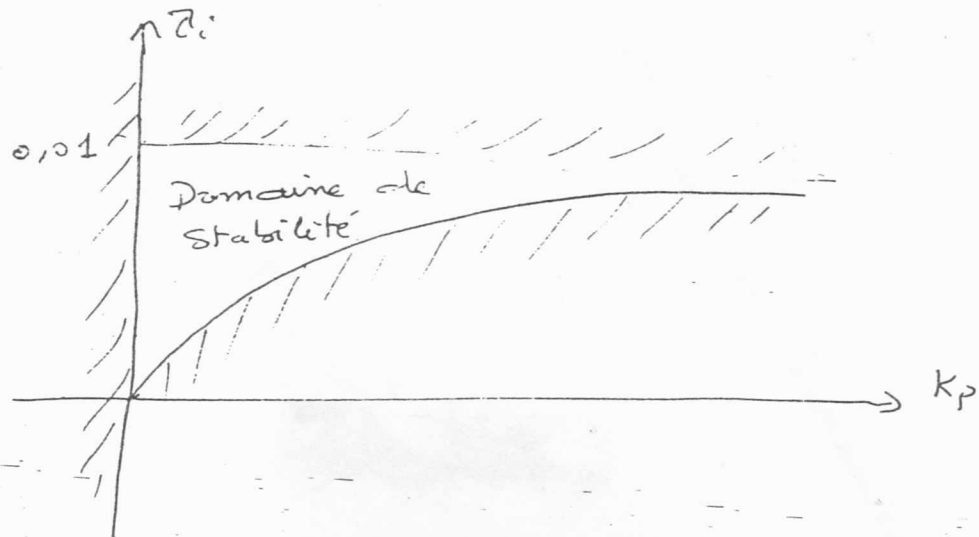
6/7

18

(6/7)

(18)

quand  $K_P \rightarrow \infty$ ,  $\tau_i \rightarrow \frac{1}{a_1} = 0,01$



C.2.2.2

$$E(p) = \frac{\Omega_{ref}(p) + T_2(p) r(p)}{1 + R(p) T_1(p)}$$

avec  $R(p) = K_P \left(1 + \frac{1}{\tau_i p}\right)$ ;  $\Omega_{ref}(p) = \frac{w_0}{p}$  et  $r(p) = \frac{C_0}{p}$

$$E(p) = \frac{\frac{w_0}{p} + T_2(p) \frac{C_0}{p}}{\tau_i p + K_P \left(1 + \tau_i p\right) T_1(p)}$$

$$E(\infty) = \lim_{p \rightarrow 0} p E(p) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{(w_0 + T_2 C_0) \tau_i}{\tau_i p + K_P (1 + \tau_i p) T_1(p)} = 0$$

C.2.2.3

Il est préférable d'utiliser un régulateur  $PI$  pour améliorer la précision et compenser l'effet des perturbations. En effet, d'après les questions

C.2.13 pour un régulateur proportionnel, on a

$E(\infty) \neq 0$  et la question C.2.2.2 pour un régulateur  $PI$ ,  $E(\infty) = 0$ .