REPUBLIQUE TUNISIENNE
Ministère de l'Enseignement
Supérieur

Concours Nationaux d'Entrée aux
Cycles de Formation d'Ingénieurs
Session : Juin 2002

Concours en Technologie
Epreuve de Physique

Date : Jeudi 06 juin 2002	**Heure : 8 H**	**Durée : 4 H**	**Nb pages : 6**

Barème : Pb1: 11,5/20 (préliminaire:2,5; partieI:4,5; partieII:4,5); **Pb2: 8,5/20** (partieI:3,5; partieII:5)

L'usage d'une calculatrice (non programmable) est autorisé

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

L'épreuve comporte deux problèmes indépendants, le candidat peut les résoudre dans l'ordre qui lui convient, en respectant néanmoins la numérotation des questions.

Données utiles :

- célérité de la lumière dans le vide $c = 3\ 10^8\ m.s^{-1}$
- peméabilité magnétique du vide $\mu_0 = 4\pi\ 10^{-7}\ H.m^{-1}$

Formule utile

- $\cos(a+b) + \cos(a-b) = 2 \cos a \ \cos b$

PREMIER PROBLEME : principe de l'holographie

La théorie de l'**Holographie**, développée par Gabor en 1948, n'a mérité le prix Nobel de physique qu'en 1968. C'est parce qu'il a fallu attendre l'apparition du laser, source de lumière cohérente et intense, qui a permis de réaliser le premier **hologramme**.

L'image obtenue par une technique photographique habituelle est un enregistrement du carré de l'amplitude de l'onde issue d'un objet. On perd ainsi toute information sur le relief de l'objet qui est contenue dans la phase de l'onde.

Après un préliminaire dans lequel on étudie une méthode d'élargissement d'un faisceau laser, une première partie de ce problème est consacrée à une technique, appelée **holographie**, permettant d'enregistrer sur une plaque photographique, l'amplitude et la phase de l'onde qu'elle reçoit.

Dans la seconde partie, on s'intéresse à la reconstitution de cette onde.

Dans tout le problème, on supposera que le laser émet une lumière monochromatique de longueur d'onde dans le vide λ = 632,8 nm et que les ondes se propagent dans un milieu homogène et isotrope assimilé au vide.

Préliminaire : élargissement d'un faisceau laser

On considère un système optique (S) constitué de deux lentilles minces convergentes L_1 et L_2 de même axe optique Δ et distantes de h (cf. figure 1). f'_1 et f'_2 désignent respectivement les distances focales images de L_1 et L_2.

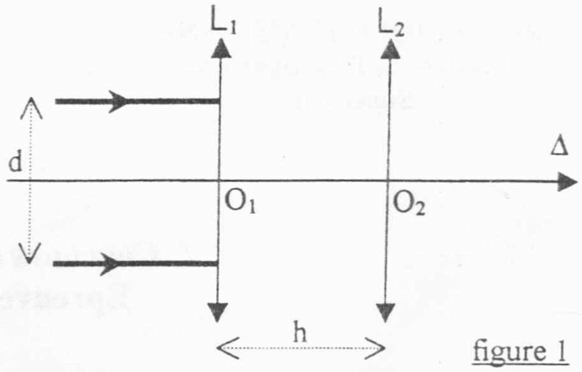

figure 1

1. Tracer la marche d'un rayon incident parallèle à l'axe optique Δ.
   On notera F' le point d'intersection du rayon qui émerge du système optique (S) avec l'axe optique Δ.
   On prendra, *pour ce tracé* : $f'_1 = 3$ cm, $f'_2 = 1$ cm et $h = 5$ cm.

2. Exprimer, en fonction de f'_1, f'_2 et h, la distance algébrique $\overline{O_2F'}$ où O_2 désigne le centre optique de la lentille L_2.

3. En déduire une condition sur la distance h pour que le rayon émergent soit aussi parallèle à l'axe optique Δ. Que peut-on dire du système (S) ?

4. Le système (S) est éclairé par un faisceau laser parallèle à l'axe optique Δ de diamètre d (cf. figure 1). La distance focale image de L_1 est maintenant $f'_1 = 2$ cm.
   Calculer la distance focale image f'_2 de L_2 sachant que le faisceau laser sort du système (S) parallèle à l'axe optique avec un diamètre $D = 4$ cm.
   Faire une figure avec $d = 1$cm.

Première partie : enregistrement d'un hologramme

Le faisceau laser élargi, sortant du système (S), est envoyé sur un autre système optique (S'). Ce dernier, constitué d'une lame semi-transparente S_P et d'un miroir M, permet d'obtenir deux ondes planes Σ_1 et Σ_2, de même pulsation ω et polarisées rectilignement suivant l'axe (Oy) d'un repère orthonormé direct $R\left(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z\right)$.

L'onde Σ_1, ou *onde objet*, se propage suivant une direction qui fait avec l'axe (Ox) un angle θ_0 (cf. figure 2).
L'onde Σ_2, ou *onde de référence*, se propage suivant l'axe (Ox).

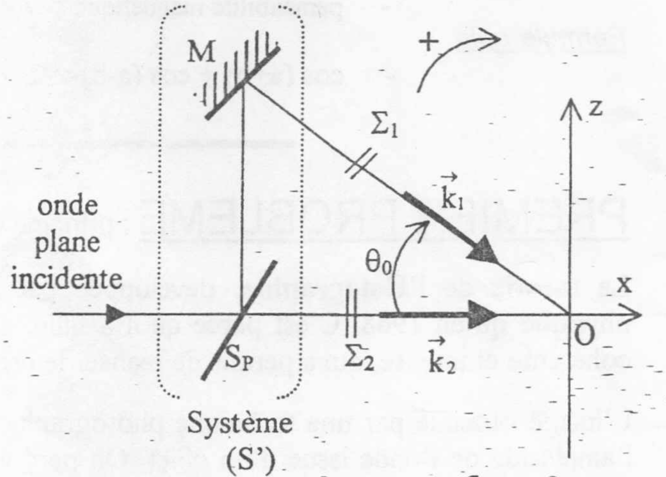

figure 2

En prenant une même phase nulle en O, les champs électriques des deux ondes en un point $M(\vec{r} = \overrightarrow{OM})$, s'écrivent en notation réelle :

$$\begin{cases} \vec{E}_1 = E_1(M,t)\,\vec{u}_y = E_{01}\cos\left(\omega t - \vec{k}_1.\vec{r}\right)\vec{u}_y \\ \vec{E}_2 = E_2(M,t)\,\vec{u}_y = E_{02}\cos\left(\omega t - \vec{k}_2.\vec{r}\right)\vec{u}_y \end{cases}$$

où $\vec{k}_1$ et $\vec{k}_2$ sont les vecteurs d'onde ; E_{01} et E_{02} sont les amplitudes des deux champs.

5. Rappeler, sans démonstration, la relation de dispersion des ondes électromagnétiques dans le vide. En déduire, en fonction de la longueur d'onde λ et de l'angle θ_0, les expressions des deux vecteurs d'onde $\vec{k}_1$ et $\vec{k}_2$ dans la base $\left(\vec{u}_x,\vec{u}_y,\vec{u}_z\right)$.

6. Ecrire, dans la base $\left(\vec{u}_x,\vec{u}_y,\vec{u}_z\right)$ et en fonction de $E_1(M,t)$, $E_2(M,t)$, θ_0 et c, les champs électrique $\vec{E}$ et magnétique $\vec{B}$ résultant de cette superposition.

7. Exprimer, en fonction de $E_1(M,t)$, $E_2(M,t)$, θ_0, c et μ_0, les composantes du vecteur de Poynting $\vec{R}$. En déduire celles du vecteur $<\vec{R}>$, moyenne temporelle du vecteur $\vec{R}$.

   On donnera le résultat en fonction de E_{01}, E_{02}, θ_0, c, μ_0 et des coordonnées du point M.

8. Déterminer l'expression de la puissance élémentaire moyenne dP_m traversant une surface dS du plan (yOz).

   En supposant que θ_0 est faible ($\cos\theta_0 \approx 1$; $\sin\theta_0 \approx \theta_0$), simplifier l'expression de dP_m.

   Dans la suite du problème, on supposera que cette hypothèse soit réalisée.

9. On appelle intensité lumineuse, notée I, la quantité : $I = \dfrac{dP_m}{dS}$.

   Vérifier que I est proportionnelle à $<E^2>$, où $<E^2>$ est la moyenne temporelle de E^2.

   Montrer que l'intensité lumineuse I, en un point du plan (yOz), peut s'écrire sous la forme :

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\,\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\theta_0 z\right).$$

   On exprimera I_1 et I_2 en fonction de E_{01}, E_{02}, μ_0 et c.

10. L'intensité lumineuse est enregistrée sur une plaque photographique, placée dans le plan (yOz). Décrire ce qu'on obtient.

11. Après développement, la plaque photographique (ou hologramme) est caractérisée par un coefficient de transparence en amplitude t : si on éclaire la plaque par une onde incidente d'amplitude A, l'amplitude de l'onde transmise est $A' = t\cdot A$.
   Le coefficient de transparence t est relié à l'intensité reçue à l'impression par : $t = \alpha\, I^{\beta}$, où α et β sont deux constantes réelles caractérisant l'émulsion photographique.

   Sachant que $I_2 >> I_1$, montrer, en faisant un développement limité au premier ordre, que le coefficient t s'écrit sous la forme : $t(z) = a_0 + a_1\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\theta_0 z\right)$.

   Exprimer a_0 et a_1 en fonction de I_1, I_2, α et β. Vérifier que a_1 est proportionnelle à E_{01}.

Deuxième partie : Reconstitution d'une onde plane

On considère un écran opaque percé d'une fente parallèle à l'axe (Oy) et de largeur b (suivant Oz). Cet écran est éclairé, sous incidence normale, par l'onde de référence Σ_2 d'amplitude A_{02} (cf.figure 3).

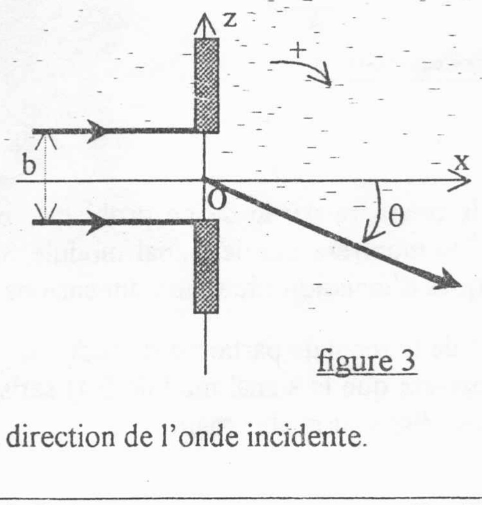

figure 3

12. Après avoir énoncé le principe d'Huygens-Fresnel, déterminer l'intensité I_d de l'onde diffractée à l'infini dans une direction du plan (xOz) faisant avec l'axe (Ox) un angle θ faible. Tracer et commenter l'allure de la courbe $I(\theta)$.
   On notera I_0, l'amplitude de l'onde diffractée dans la direction de l'onde incidente.

13. On place maintenant, contre l'écran percé, l'hologramme enregistré dans la première partie. Le coefficient de transparence (ou de transmission) en amplitude du plan (yOz) s'écrit alors :

$$\begin{cases} t(z) = a_0 + a_1 \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\theta_0 z\right) & \text{pour } -\frac{b}{2} \leq z \leq \frac{b}{2} \\ t(z) = 0 & \text{pour } z < -\frac{b}{2} \text{ et } z > \frac{b}{2} \end{cases}$$

Déterminer l'amplitude A de l'onde diffractée à l'infini par l'écran, éclairé par l'onde de référence Σ_2, dans une direction qui fait un angle θ faible avec l'axe (Ox).
On introduira une constante γ proportionnelle à A_{02} et b telle que γa_0 désigne l'amplitude de l'onde diffractée dans la direction de l'onde incidente.

Tracer l'allure de la courbe donnant A en fonction de θ.
En déduire que l'onde diffractée peut être considérée comme la superposition de trois ondes dont on déterminera les directions correspondant à des maxima d'amplitude.

14. Dans le cas où $b \gg \lambda$, montrer qu'un observateur qui se place derrière l'hologramme ($x > 0$), reçoit trois ondes planes.
Identifier l'onde analogue à l'onde objet Σ_1. Pour cela, vérifier qu'elle est observée dans la même direction θ_0 et que son amplitude est proportionnelle à celle de l'onde Σ_1.

DEUXIEME PROBLEME : Principe de la modulation d'amplitude

En radiodiffusion, la fréquence f_m du signal $s_m(t)$ contenant l'information à convoyer, est située entre $f_{min} = 200$ Hz et $f_{max} = 5$ KHz (domaine des basses fréquences BF).
La modulation consiste à transposer, sans perte d'information, le spectre du signal $s_m(t)$, appelé signal informatif, vers un domaine de fréquences relativement hautes.
Cette modulation nécessite l'utilisation d'un autre signal $S_p(t)$ de haute fréquence, appelé signal porteur ou simplement porteuse.
Après l'étape de modulation, on obtient le signal modulé S(t) rayonné par une antenne et se propageant dans l'air.
La réception (au niveau d'un poste radio), du signal S(t) est suivie d'une démodulation : c'est l'étape de la reconstitution du signal $s_m(t)$ qui contient l'information (cf. figure 4).

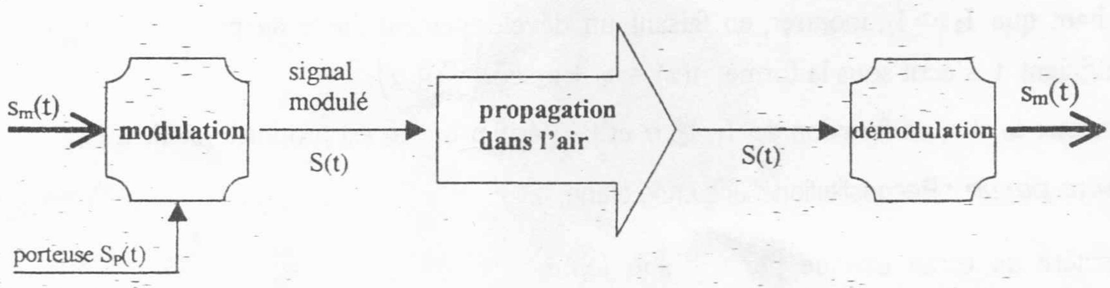

figure 4

Dans la première partie de ce problème, on s'intéressera au rayonnement d'une antenne demi-onde. On montrera que le signal modulé S(t) s'adapte mieux que le signal $s_m(t)$ aux contraintes techniques d'émission (dues aux dimensions des antennes).

L'objet de la seconde partie est d'étudier le principe de la modulation d'amplitude (AM).
On montrera que le signal modulé S(t) satisfait aux exigences de la transmission dans l'air qui est un milieu dispersif et absorbant.

Première partie : rayonnement d'une antenne demi-onde

On suppose, dans cette partie, que l'air dans lequel se propagent les ondes électromagnétiques, est caractérisé par les constantes électrique et magnétique du vide (ε_0, μ_0).

On considère une antenne verticale de longueur $l = \lambda/2$ parcourue par le courant électrique $i(z,t) = i_0 \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} z\right) \cos\omega t$ (cf. figure 5).

Dans la base locale $\left(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_\varphi\right)$, les champs électrique $\vec{E}$ et magnétique $\vec{B}$, rayonnés en un point M repéré par les coordonnées sphériques (r, θ, φ), s'écrivent :

$$\begin{cases} \vec{E}(M,t) = -\dfrac{c\,\mu_0\, i_0}{2\pi r} \dfrac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin\theta} \sin\omega\left(t - \dfrac{r}{c}\right) \vec{u}_\theta \\ \vec{B}(M,t) = \dfrac{E(M,t)}{c} \vec{u}_\varphi \end{cases}$$

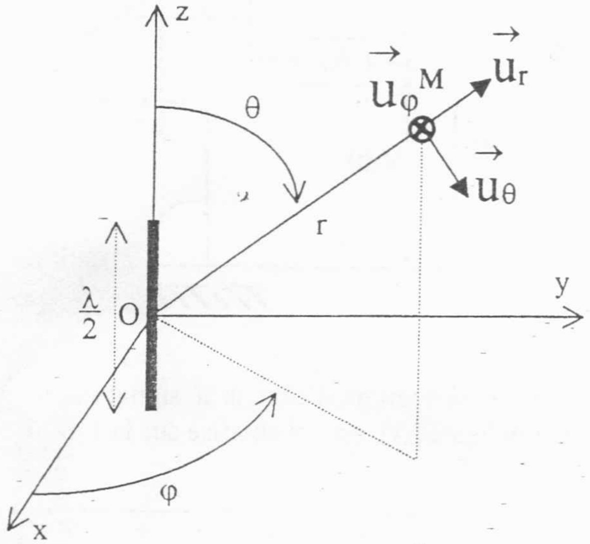

figure 5

1. Calculer les longueurs des antennes (demi-onde) nécessaires à l'émission des signaux de fréquences $f_1 = 1$ kHz et $f_2 = 1$ MHz. Commenter.

2. Vérifier que le champ rayonné a, localement, la structure d'une onde plane.

3. Déterminer l'expression du vecteur de Poynting $\vec{R}$ ainsi que sa moyenne dans le temps $<\vec{R}>$.

4. Donner, à une distance r fixée, l'équation polaire de l'indicatrice de l'antenne, c'est à dire la courbe $g(\theta) = \|<\vec{R}>\|$. Commenter le tracé de cette courbe donnée par la figure 6.

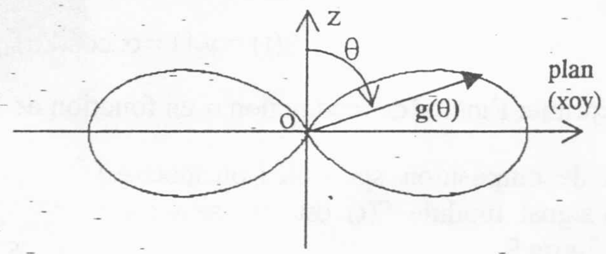

figure 6

5. Déterminer l'expression de la puissance moyenne rayonnée à travers une sphère de centre O et rayon r.

   On donne : $\displaystyle\int_0^\pi \frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin\theta} d\theta = 1{,}22$

   L'air, assimilé au vide, est-il un milieu absorbant ?

Deuxième partie : modulation d'amplitude

On suppose, dans la suite, que les amplificateurs opérationnels sont parfaits et qu'il fonctionnent en régime linéaire.

6. A l'aide d'un amplificateur opérationnel et de deux résistances de même valeur, expliquer comment peut-on réaliser un montage inverseur, c'est à dire ayant une fonction de transfert complexe $\underline{H}$ égale à -1 ($\underline{H} = -1$).

7. En considérant le montage de la figure 7, exprimer les tensions $V_C(t)$ et $S(t)$ en fonction de $V_A(t)$, $V_B(t)$, R_1, R_2 et R_3.
Donner la condition sur R_1, R_2 et R_3, pour réaliser un sommateur : $S(t) = V_A(t) + V_B(t)$.

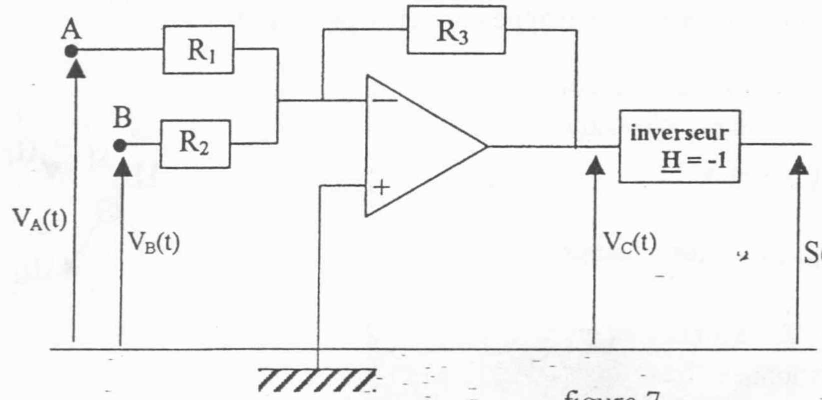

figure 7

8. Le procédé permettant d'obtenir le signal modulé $S(t)$, à partir du signal informatif $s_m(t)$ et du signal porteur $S_p(t)$, est schématisé sur la figure 8.

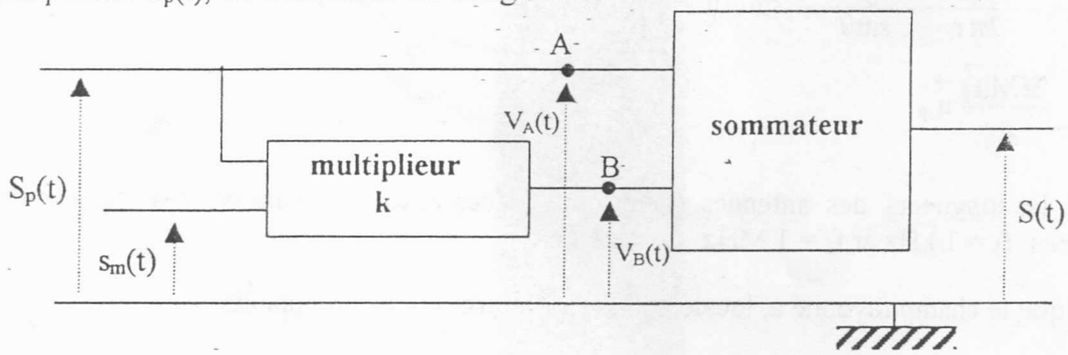

figure 8

Sachant que $s_m(t) = v_m \cos(2\pi f_m t)$, $S_p(t) = v_p \cos(2\pi f_p t)$ et que la tension de sortie du multiplieur est $V_B(t) = k\, s_m(t) \times S_p(t)$, montrer que le signal modulé s'écrit sous la forme :

$$S(t) = v_p[1+ \alpha \cos(2\pi f_m t)] \cos(2\pi f_p t).$$

Exprimer l'indice de modulation α en fonction de k et v_m.

9. La décomposition spectrale (ou spectre) du signal modulé $S(t)$ est représentée sur la figure 9.
Déterminer les fréquences f_m et f_p ainsi que l'indice de modulation α.

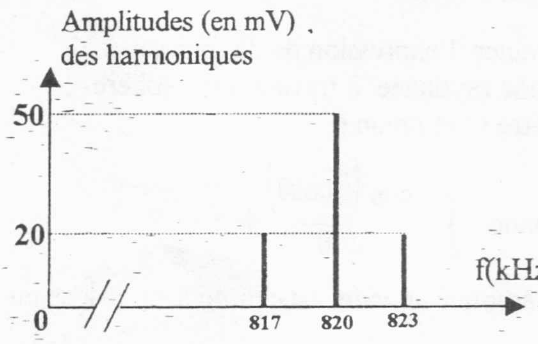

figure 9

10. Pour s'affranchir au mieux des distorsions introduites par l'atmosphère (dispersion, absorption), le spectre du signal qui se propage, couvrant la bande de fréquence $[f_1,f_2]$, doit être très étroit.
Si on pose $\delta = \frac{f_2-f_1}{f_2+f_1}$, δ doit être donc très inférieur à 1 (δ<<1).

Sachant que le signal $s_m(t)$ occupe la plage de fréquences : [f_{min} = 200 Hz ; f_{max} = 5 kHz] et que la fréquence f_p = 1 MHz, donner l'allure du spectre du signal modulé $S(t)$.
Calculer δ pour les deux signaux $s_m(t)$ et $S(t)$.
En déduire que la transposition du spectre contenant l'information vers un domaine de fréquences relativement hautes, favorise une propagation avec moins de distorsion.