



Concours Nationaux d'Entrée aux Cycles de Formation d'Ingénieurs
Session 2009

Concours Toutes Options
Corrigé de l'épreuve d'Informatique

Barème : EXERCICE 1 : 4 points, EXERCICE 2 : 6 points, PROBLEME : 10 points

Le barème est sur 40

EXERCICE 1 (8 points)

1) (1 pt)

> f:=x->piecewise(x<-1,0,x<1,(x+1)/2,0);

Rq : On accepte pour cette question la définition avec la structure if.

> f:=x->if x<-1 then 0 elif x<1 then (x+1)/2 else 0 fi;

2) (0.5 pt)

> plot(f(x),x=-Pi..Pi);

3) (1 pt)

> an:=(1/Pi)*int(f(x)*cos(n*x),x=-infinity..infinity);

bn:=(1/Pi)*int(f(x)*sin(n*x),x=-infinity..infinity);

4) (1 pt)

> a:=unapply(an,n);

b:=unapply(bn,n);

5) (1 pt)

> limit(a(n),n=0);

limit(b(n),n=0);

6) (1 pt)

> L1:=seq([i,a(i)],i=1..20);L2:=seq([i,b(i)],i=1..20);

Rq : On accepte pour cette question la création des deux listes L1 et L2 avec les structures itératives.

7) (1 pt)

> plot([L1,L2],style=point);

8) (1 pt)

> SF:=(x,m)->a(0)/2+sum(a(k)*cos(k*x)+b(k)*sin(k*x),k=1..m);

9) (0.5 pt)

> plot([SF(x,2),SF(x,20),f(x)],x=-Pi..Pi);



EXERCICE 2 (12 points)

1) (3 pts) (en-tête = 0.5 pt, initialisation de A1, C1 et P = 0.75 pt, traitement de calcul de P = 1.5 pt, retour du résultat = 0.25)

```
> calcul_pol:=proc(M::matrix,n::posint)
  local A1,C1,P,Ai,Ci,i;
  A1:=M;
  C1:=-trace(A1);
  P:=x^n+C1*x^(n-1);
  for i from 2 to n do
    Ai:=multiply(matadd(A1,C1*diag(1$n)),M);
    Ci:=-trace(Ai)/i;
    P:=P+Ci*x^(n-i);
    A1:=Ai;C1:=Ci;
  od;
  return(P);
end proc;
```

Rq : le type des paramètres et la déclaration des variables locales sont facultatifs.

2)

2.1) (0.5 pt)

```
> with(linalg);
```

2.2) (1 pt)

```
> f:=(i,j)->if i=j then 0 else 1 fi;
```

2.3) (1 pt)

```
> M:=matrix(4,4,f);
```

2.4) (1 pt)

```
> Id:=diag(1$n);
```

Rq : On accepte pour cette question la création de **Id** en utilisant la commande **identity** ou bien les structures itératives.

2.5) (1 pt)

```
> P1:=charpoly(M,x);
```

2.6) (1 pt)

```
> P2:=calcul_pol(M,4);
```

2.7) (0.5 pt)

```
> evalb(P1=P2);
```

3) (3 pts) (en-tête = 0.5 pt, test sur les degrés de P et Q = 0.75 pt, traitement de vérification = 1.5 pt, retour du résultat = 0.25)

```
> comparaison:=proc(P,Q::polynom)
  local etat,i;
  if degree(P)=degree(Q) then etat:=true
                                else etat:=false fi;

  i:=0;
  while i<=degree(P) and etat=true do
    if coeff(P,x,i)<>coeff(Q,x,i) then etat:=false fi;
    i:=i+1;
  od;
  return(etat);
end proc;
```

PROBLEME (20 points)

1) (1 pt)

Procédure saisie(variable w : réel)

Début

 Répéter

 Lire(w)

 Jusqu'à $w \geq 0$ ET $w < 1$

Fin

2) (3.5 pts)

Procédure convert(w : réel, variable Tw : TABGR)

variable R : réel

i, k : entier

Début

 Si $2 * w < 1$ Alors $Tw[1] \leftarrow 0$

 Sinon $Tw[1] \leftarrow 1$

 Fin Si

$R \leftarrow w$

$i \leftarrow 1$

 Répéter

$R \leftarrow 2 * R - Tw[i]$

$i \leftarrow i + 1$

 Si $R = 0$ Alors

 Pour k de i à N Faire

$Tw[k] \leftarrow 0$

 Fin Pour

 Sinon

 Si $2 * R < 1$ Alors $Tw[i] \leftarrow 0$

 Sinon $Tw[i] \leftarrow 1$

 Fin Si

 Fin Si

 Jusqu'à $R = 0$ OU $i = N$

Fin

3) (2.5 pts)

Procédure plusgrand(T_x, T_y : TABGR) : booléen

variable i : entier

$fini$: booléen

Début

plusgrand \leftarrow vrai

$fini \leftarrow$ faux

$i \leftarrow 0$

Tant que $fini = \text{faux}$ ET $i < N$ Faire

$i \leftarrow i + 1$

Si $T_x[i] > T_y[i]$ Alors $fini \leftarrow$ vrai

Sinon

Si $T_x[i] < T_y[i]$ Alors $fini \leftarrow$ vrai

plusgrand \leftarrow faux

Fin Si

Fin Si

Fin Tant que

Fin

N.B. : On accepte la conversion des deux tableaux T_x et T_y en deux réels x et y avec la formule

donnée dans l'énoncé $x = \sum_{i=1}^N x_i 2^{-i}$.

4) (3.5 pts)

Procédure foisdeux(T_x : TABGR, variable T_y : TABGR, variable tropgrand : booléen)

variable i : entier

Début

Si $T_x[1] = 1$ Alors

tropgrand \leftarrow vrai

Sinon

tropgrand \leftarrow faux

Pour i de 1 à $N-1$ Faire

$T_y[i] \leftarrow T_x[i+1]$

Fin Pour

$T_y[N] \leftarrow 0$

Fin Si

Fin

N.B. : On accepte pas la conversion.

5)

5.1) (3.5 pts)

Procédure *itère*(T_x, T_y : TABGR, variable T_z : TABGR, variable *tropetit*: booléen, variable *erreur*: booléen)

Début

foisdeux($T_x, T_z, erreur$)

 Si *erreur* = *faux* Alors

 Si *plusgrand*(T_z, T_y) = *faux* Alors

tropetit \leftarrow *vrai*

 Sinon

tropetit \leftarrow *faux*

difference(T_z, T_y, T_z)

 Fin Si

Fin Si

Fin

5.2) (3.5 pts)

Procédure *divise*(T_x, T_y : TABGR, variable T_z : TABGR, variable *correct*: booléen)

variable *i*: entier

tropetit, erreur: booléen

Début

 Si $T_y[1] = 1$ OU *plusgrand*(T_x, T_y) Alors

correct \leftarrow *faux*

 Sinon

correct \leftarrow *vrai*

 Pour *i* de 1 à *N* Faire

itère($T_x, T_y, T_x, tropetit, erreur$)

 Si *tropetit* Alors

$T_z[i] \leftarrow 0$

 Sinon

$T_z[i] \leftarrow 1$

 Fin Si

Fin Pour

Fin Si

Fin

6) (2.5 pts)

Si la contrainte $x < y < 1/2$ n'est pas respectée, il faut tout d'abord décaler vers la droite les chiffres de l'écriture en base 2 de y jusqu'à ce que le résultat, appelons le y' , soit strictement inférieur à $1/2$ (Si y est de type TABGR, il est inférieur à 1 on ne décale donc son écriture que d'une position au plus). On décale ensuite les chiffres de l'écriture de x jusqu'à ce que le résultat, appelons-le x' , soit strictement inférieur à y' . On calcule x'/y' à l'aide de la procédure précédente. Si on a décalé y de p positions et x de q positions, x/y est égal au résultat obtenu multiplié par 2^{q-p} .