REPUBLIQUE TUNISIENNE
Ministère de l'Enseignement Supérieur

Signature des surveillants

Concours Nationaux d'E...
Cycles de Formation d'...

Session : Ju... C..

CORRIGE

Ne rien écrire ici

Total des doubles Feuilles remises
6

Nom ....

Institution d'origine : ....

Identification ☐☐☐☐☐☐ Série ☐☐☐

Ne rien écrire ici

Total des doubles Feuilles remises
6

DOSSIER DOCUMENTS REPONSES

Tous les Documents Réponses doivent être regroupés dans l'ordre dans ce dossier qu'il faut rendre en fin d'épreuve

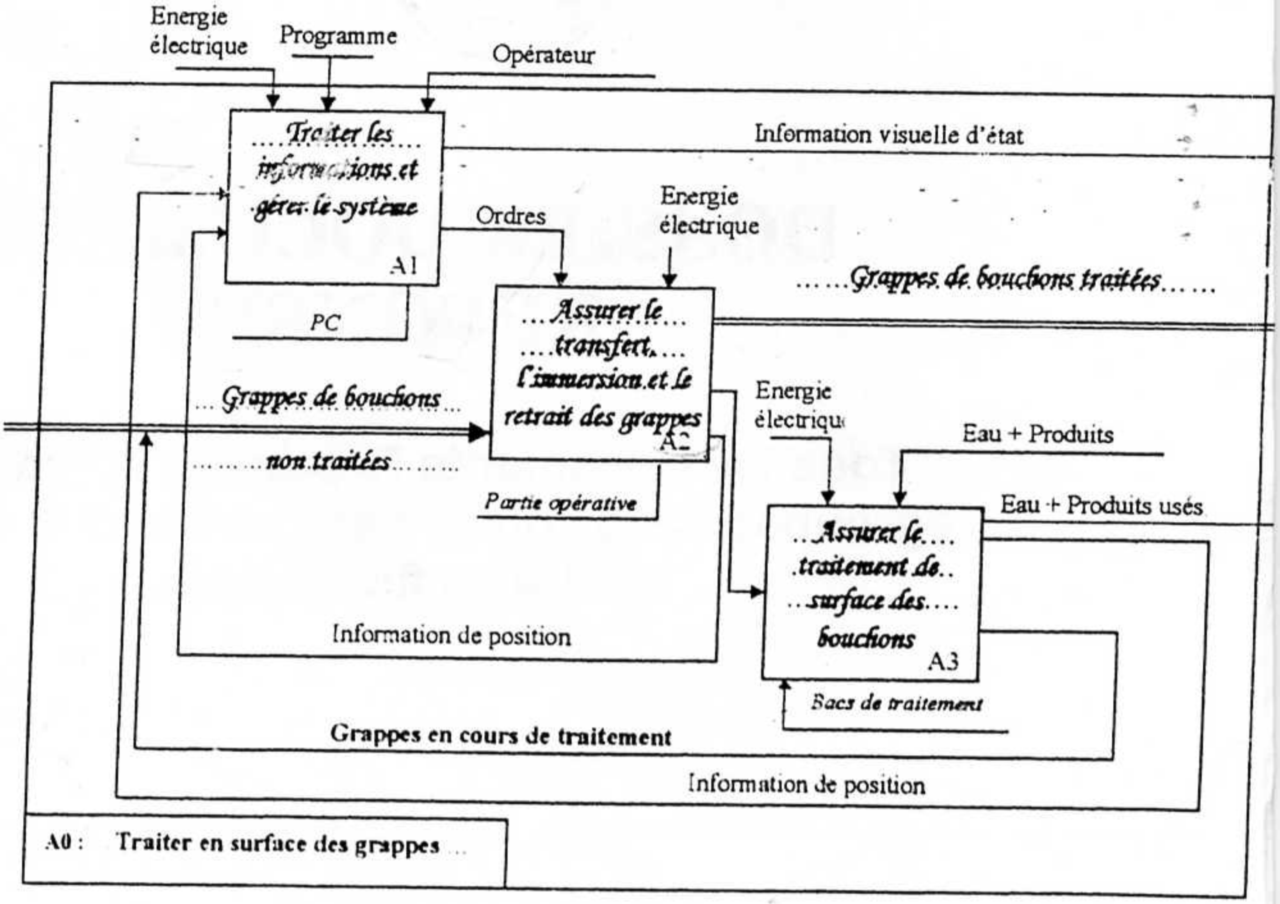
NE RIEN ECRIRE ICI

Document Réponse DR1

Partie A : TECHNOLOGIE DE CONCEPTION

A-I- Analyse fonctionnelle de l'unité de traitement

A-I-1. Actigramme niveau A0 : Compléter les éléments manquants.



REPUBLIQUE TUNISIENNE
Ministère de l'Enseignement Supérieur

Concours Nationaux d'En...
Cycles de Formation ...

Session : Ju...

Signature des surveillants

Ne rien écrire ici

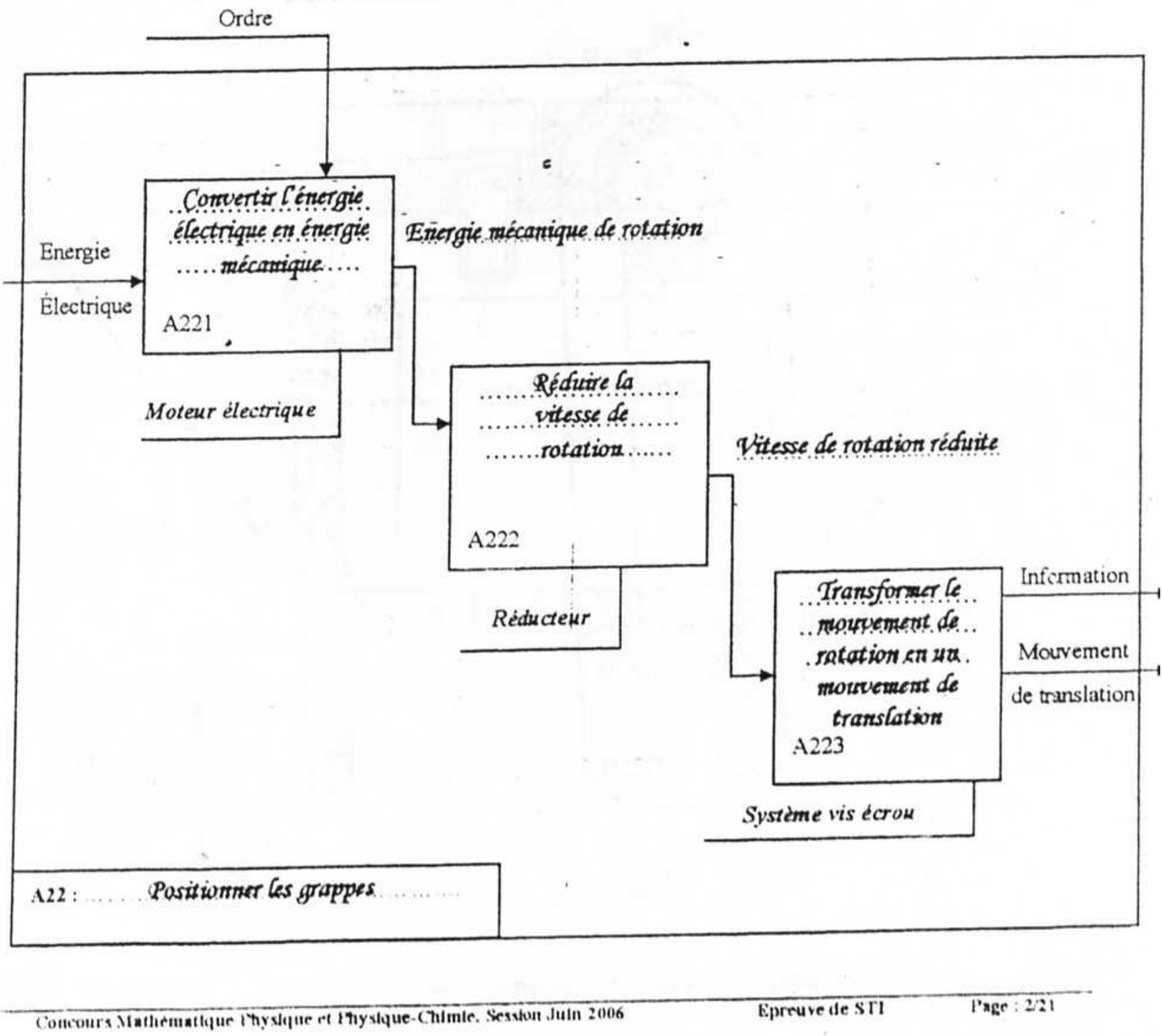
CORRIGE

Nom ....
Institution d'origine : ....
Identification ☐☐☐☐☐☐ Série : ☐☐☐

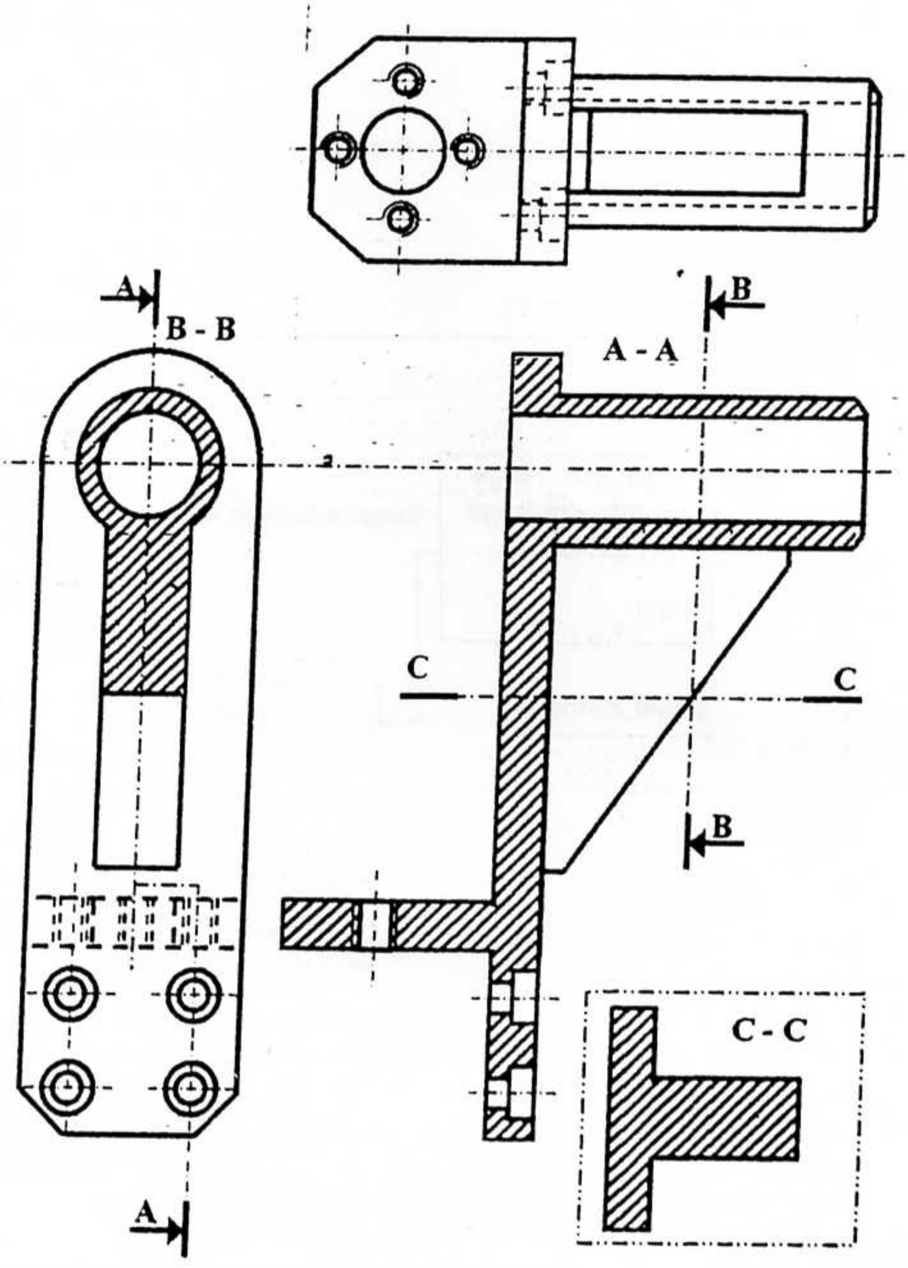
N° de la feuille	Total des doubles Feuilles remises
	6

N° de la feuille	Total des doubles Feuilles remises
	6

A-I-2. Actigramme niveau A22 : Compléter les éléments manquants



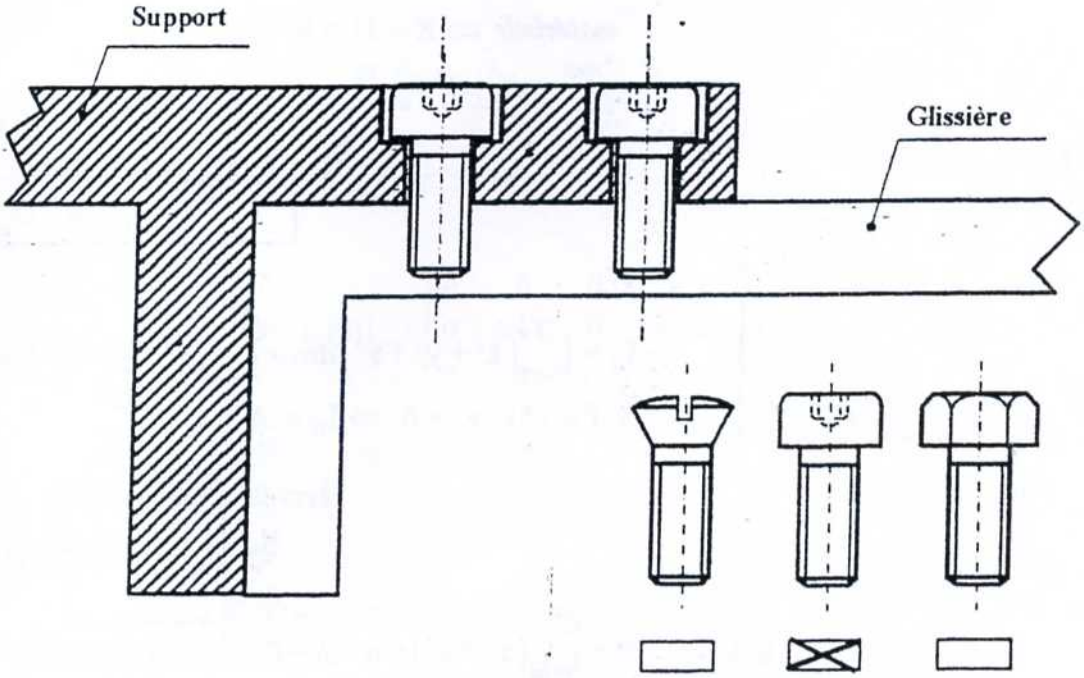
A-II- Etude graphique :



CORRIGE

N° de la feuille	Total des doubles Feuilles remises
	6

A-III- Etude de conception :



NE RIEN ECRIRE ICI

Document Réponse DR2

Partie B : ETUDE MECANIQUE

B-1. GEOMETRIE DES MASSES

B-1-1. Modèle Continu

B-1-1-1.

Les trois plans $(G,\vec{x}_5,\vec{y}_5)$, $(G,\vec{x}_5,\vec{z}_1)$ *et* $(G,\vec{y}_5,\vec{z}_1)$ *sont des plans de symétrie matérielle* $\Rightarrow$ **E = D = F = 0**

$$\boxed{[I_G(5)]_{B5} = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{bmatrix}_{B5}}$$

B-1-1-2.

$$I_G = \int_{P\equiv(5)} (x^2+y^2+z^2)\,dm = \int_{P\in(5)} (x^2+y^2+z^2)\,dm = \int_{P\in(5)} x^2\,dm = \int_{P\equiv(5)} z^2\,dm, \text{ car :}$$

$\forall P \in (5),\ y_P = 0 \Rightarrow I_G = A + C$

$$\boxed{I_G = A + C}$$

B-1-1-3. $B = \int_{P\equiv(5)} (x^2+z^2)\,dm = A + C$, *ou bien autrement :*

$$I_G = A + C = \frac{1}{2}(A+B+C)$$

$$\boxed{B = A + C}$$

dm = δ dS

N° de la feuille	Total des doubles Feuilles remises
	6

B-1-1-4. ✓ *problème surfacique* $\Rightarrow ds$

✓ *Système de coordonnée : cartésien* $(x, y=0, z)$

✓ $x \equiv [-h, h]; \quad z \in [-L, L]$

✓ $dm = \dfrac{m}{Lh}\, dx\, dz$

- $A = \int z^2 dm = \dfrac{m}{Lh}\int_{-h}^{h} dx \int_{-L}^{L} z^2\, dz = \dfrac{mL^2}{3}$

- $C = \int x^2 dm = \dfrac{m}{Lh}\int_{-h}^{h} x^2 dx \int_{-L}^{L} dz = \dfrac{mh^2}{3}$

$$[I_G(5)]_{\mathcal{B}5} = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A+C & 0 \\ 0 & 0 & C \end{bmatrix}_{\mathcal{B}5} \quad \text{Avec : } \boxed{\begin{cases} A = \dfrac{mL^2}{3} \\ C = \dfrac{mh^2}{3} \end{cases}}$$

B-1-2. Modèle discret

B-1-2-1.

$$m = \sum_{i=-n}^{n}\sum_{j=-k}^{k} m_0 = (2n+1)(2k+1)\, m_0$$

$$\boxed{m = (2n+1)(2k+1)\, m_0}$$

NE RIEN ECRIRE ICI

B-1-2-2.

$$\overrightarrow{GP} = x_i\vec{x}_5 + z_j\vec{z}_5 \;\; avec \;\; x_i = i\Delta x \text{ et } z_j = j\Delta z \;\Rightarrow\; [I_G(P)]_{\mathcal{B}_5} = \begin{bmatrix} A_j & 0 & -E_{ij} \\ 0 & A_j+C_i & 0 \\ -E_{ij} & 0 & C_i \end{bmatrix}_{\mathcal{B}5}$$

car $D = yz\, m_0 = 0$ *et* $F = xy\, m_0 = 0$

$$A_j = z_j^2\, m_0 = (j\Delta z)^2\, m_0$$

$$C_i = x_i^2\, m_0 = (i\Delta x)^2\, m_0$$

$$B_{ij} = (z_j^2 + x_i^2)\, m_0 = \left((j\Delta z)^2 + (i\Delta x)^2\right) m_0 = A_j + C_i$$

$$E_{ij} = (z_j x_i)\, m_0 = ij\Delta x\Delta z\, m_0$$

$$[I_G(P)]_{\mathcal{B}_5} = \begin{bmatrix} A_j & 0 & -E_{ij} \\ 0 & A_j+C_i & 0 \\ -E_{ij} & 0 & C_i \end{bmatrix}_{\mathcal{B}5} \quad \text{Avec :} \quad \boxed{\begin{cases} A_j = (j\Delta z)^2\, m_0 \\ C_i = (i\Delta x)^2\, m_0 \\ E_{ij} = ij(\Delta z)(\Delta x)\, m_0 \end{cases}}$$

B-1-2-3.

- $$A_k = \sum_{i=-n}^{n}\sum_{j=-k}^{k} A_j = \sum_{i=-n}^{n}\sum_{j=-k}^{k} m_0 j^2 (\Delta z)^2 = m_0(\Delta z)^2(2n+1)\sum_{j=-k}^{k} j^2 = m_0(\Delta z)^2(2n+1)\frac{k(k+1)(2k+1)}{3}$$

Or : $L = (k+1)\Delta z$; $m = (2n+1)(2k+1)\, m_0$ et $A = \dfrac{mL^2}{3} \Rightarrow A_k = A\dfrac{k}{(k+1)}$

- $$C_n = \sum_{i=-n}^{n}\sum_{j=-k}^{k} C_i = \sum_{i=-n}^{n}\sum_{j=-k}^{k} m_0 i^2 (\Delta x)^2 = m_0(\Delta x)^2(2k+1)\sum_{i=-n}^{n} i^2 = m_0(\Delta x)^2(2k+1)\frac{n(n+1)(2n+1)}{3}$$

Or : $h = (n+1)\Delta x$; $m = (2n+1)(2k+1)\, m_0$ et $C = \dfrac{mh^2}{3} \Rightarrow C_n = C\dfrac{n}{(n+1)}$

REPUBLIQUE TUNISIENNE
Ministère de l'Enseignement Supérieur

Concours Nationaux d'Entrée ...
Cycles de Formation d'...

Session Juin 200... -GC

Signature des surveillants

Ne rien écrire ici

Nom ....
Institution d'origine : ....
Identification | | | | | Série | | | |

N° de la feuille	Total des doubles Feuilles remises
	6

CORRIGE

N° de la feuille	Total des doubles Feuilles remises
	6

- $E_{kn} = \sum_{i=-n}^{n} \sum_{j=-k}^{k} E_{ij} = \sum_{i=-n}^{n} \sum_{j=-k}^{k} m_e ij\,(\Delta x)(\Delta z) = m_e (\Delta x)(\Delta z) \sum_{i=-n}^{n} \sum_{j=-k}^{k} ij = 0$

$$\Rightarrow f(k) = \frac{k}{(k+1)} \quad et \quad f(n) = \frac{n}{(n+1)}$$

$$\left[I_G(5)\right]_{\mathcal{B}_5} = \begin{bmatrix} A_k & 0 & -E_{kn} \\ 0 & A_k + C_n & 0 \\ -E_{kn} & 0 & C_n \end{bmatrix}_{\mathcal{B}_5} \quad \text{Avec :} \quad \begin{cases} A_k = \dfrac{mL^2}{3} \dfrac{k}{k+1} = A\, f(k) \\ C_n = \dfrac{mh^2}{3} \dfrac{n}{n+1} = C\, f(n) \\ E_{kn} = 0 \end{cases}$$

$$\boxed{f(n) = \frac{n}{n+1}} \quad \text{et} \quad \boxed{f(k) = \frac{k}{k+1}}$$

B-1-3. Convergence des modèles

Le nombre de bouchons est assez élevé $\Leftrightarrow k \to \infty$ *et* $n \to \infty$.

Or : $f(k) \xrightarrow[k \to \infty]{} 1$ *et* $f(n) \xrightarrow[n \to \infty]{} 1$

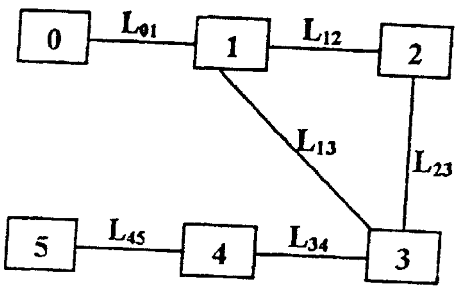
$$\Leftrightarrow A_k \xrightarrow[k \to \infty]{} A \quad et \quad C_n \xrightarrow[n \to \infty]{} C$$

Par conséquent, les deux modèles sont équivalents.

NE RIEN ECRIRE ICI

B-2- ETUDE CINEMATIQUE

B-2-1.



L_{01} : ***Liaison pivot d'axe*** $(O,\vec{x}_0)$

L_{12} : ***Liaison pivot d'axe*** $(A,\vec{y}_1)$

L_{45} : ***Liaison pivot d'axe*** $(E,\vec{z}_1)$

L_{13} : ***Liaison glissière d'axe*** $(C,\vec{y}_1)$

L_{34} : ***Liaison glissière d'axe*** $(D,\vec{x}_0)$

L_{23} : ***Liaison hélicoïdale d'axe*** $(B,\vec{y}_1)$

B-2-2. $\vec{\Omega}(1/0)= \dot{\alpha}\,\vec{x}_0$; $\vec{\Omega}(2/1)= \dot{\beta}\,\vec{y}_1$; $\vec{\Omega}(3/1)= \vec{0}$

$\vec{\Omega}(5/1)= \dot{\theta}\,\vec{z}_1$; $\vec{\Omega}(3/2)= \vec{\Omega}(3/1)-\vec{\Omega}(2/1)=-\dot{\beta}\,\vec{y}_1$

B-2-3.

$$\left\{\mathcal{V}_{(3/2)}\right\}_B=\left\{\begin{matrix}\vec{\Omega}(3/2)\\ \vec{V}(B\in 3/2)\end{matrix}\right\}_B \quad \textit{Avec : } \vec{\Omega}(3/2)=-\dot{\beta}\,\vec{y}_1$$

$$\textit{et : } \vec{V}(B\in 3/2)=\frac{p_1}{2\pi}\vec{\Omega}(3/2)=p\vec{\Omega}(3/2)=-p\dot{\beta}\,\vec{y}_1$$

$$\boxed{\left\{\mathcal{V}_{(3/2)}\right\}_B=\left\{\begin{matrix}-\dot{\beta}\,\vec{y}_1\\ -p\dot{\beta}\,\vec{y}_1\end{matrix}\right\}_B}$$

REPUBLIQUE TUNISIENNE
Ministère de l'Enseignement Supérieur

Concours Nationaux d'Entrée
Cycles de Formation d'Ingénieurs

Session : Juin 2006 ... MP-PC..

Signature des surveillants

Ne rien écrire ici

Nom ....

Institution d'origine ....

Identification

Série

N° de la feuille	Total des doubles Feuilles remises
	7

CORRIGE

N° de la feuille	Total des doubles Feuilles remises
	7

B-2-4. $\vec{V}(B \equiv 3/2) = \vec{V}(B/2) - \vec{V}(B/3)$

$$= \left(\frac{d\overrightarrow{KB}}{dt}\right)_{/\Re_2} - \left(\frac{d\overrightarrow{BB}}{dt}\right)_{/\Re_3}$$

$$= \left(\frac{d(b_0 - b_1 + y)\vec{y}_1}{dt}\right)_{/(\vec{x}_2,\vec{y}_1,\vec{z}_2)} = \dot{y}\,\vec{y}_1$$

$\boxed{\vec{V}(B \equiv 3/2) = \quad \dot{y}\,\vec{y}_1}$ $\Rightarrow$ $\boxed{\dot{y} = \quad -p\dot{\beta}}$

B-2-5. $\vec{V}(G \equiv 1/0) = \vec{V}(O \in 1/0) + \vec{\Omega}(1/0) \wedge \overrightarrow{OG}$

$$\left\| \begin{array}{l} \vec{V}(O \equiv 1/0) = \vec{0} \\ \vec{\Omega}(1/0) = \dot{\alpha}\,\vec{x}_0 \\ \overrightarrow{OG} = (x - a_1)\vec{x}_0 + y\vec{y}_1 + h\vec{x}_5 \end{array} \right.$$

$$\vec{V}(G \equiv 1/0) = (y + h\sin\theta)\,\dot{\alpha}\,\vec{z}_1$$

$$\boxed{\vec{V}(G \equiv 1/0) = \quad (y + h\sin\theta)\,\dot{\alpha}\,\vec{z}_1}$$

$$\vec{V}(G \equiv 5/1) = \left(\frac{d\overrightarrow{HG}}{dt}\right)_{/\Re_1} = \underbrace{\left(\frac{d\overrightarrow{HA}}{dt}\right)_{/\Re_1}}_{\vec{0}} + \left(\frac{d\overrightarrow{AG}}{dt}\right)_{/\Re_1}$$

$$= \dot{x}\vec{x}_0 + \dot{y}\vec{y}_1 + h\,\dot{\theta}\,\vec{y}_5$$

$$\boxed{\vec{V}(G \equiv 5/1) = \quad \dot{x}\vec{x}_0 + \dot{y}\vec{y}_1 + h\,\dot{\theta}\,\vec{y}_5}$$

NE RIEN ECRIRE ICI

On suppose que $\mathcal{R}_1$ est en rotation par rapport à $\mathcal{R}_0$

B-2-6.

On a : $\vec{V}(G \in 5/0) = \left(\dfrac{d\overrightarrow{OG}}{dt}\right)_{/\mathfrak{R}_0} = \left(\dfrac{d\overrightarrow{OG}}{dt}\right)_{/\mathfrak{R}_1} + \vec{\Omega}(1/0) \wedge \overrightarrow{HG}$ *Or :* $\left(\dfrac{d\overrightarrow{OG}}{dt}\right)_{/\mathfrak{R}_1} = \underbrace{\left(\dfrac{d\overrightarrow{OH}}{dt}\right)_{/\mathfrak{R}_1}}_{\vec{V}(H \in 1/0)} + \underbrace{\left(\dfrac{d\overrightarrow{HG}}{dt}\right)_{/\mathfrak{R}_1}}_{\vec{V}(G \in 5/1)}$

Alors : $\vec{V}(G \in 5/0) = \vec{V}(G \in 5/1) - \vec{V}(G \in 1/0)$ *où :* $\vec{V}(G \in 1/0) = \underbrace{\vec{V}(H \in 1/0)}_{\vec{0} \text{ car } \mathfrak{R}_1 \text{ est en rotation \% à } \mathfrak{R}_0} + \vec{\Omega}(1/0) \wedge \overrightarrow{HG}$

Donc : $\vec{\gamma}(G \in 5/0) = \left(\dfrac{d\vec{V}(G \in 5/0)}{dt}\right)_{/\mathfrak{R}_0} = \left(\dfrac{d\vec{V}(G \in 5/1)}{dt}\right)_{/\mathfrak{R}_0} + \left(\dfrac{d\left(\vec{\Omega}(1/0) \wedge \overrightarrow{HG}\right)}{dt}\right)_{/\mathfrak{R}_0}$

$\star$ $\left(\dfrac{d\vec{V}(G \in 5/1)}{dt}\right)_{/\mathfrak{R}_0} = \left(\dfrac{d\vec{V}(G \in 5/1)}{dt}\right)_{/\mathfrak{R}_1} + \vec{\Omega}(1/0) \wedge \vec{V}(G \in 5/1) = \vec{\gamma}(G \in 5/1) + \vec{\Omega}(1/0) \wedge \vec{V}(G \in 5/1)$

$\star$ $\left(\dfrac{d\left(\vec{\Omega}(1/0) \wedge \overrightarrow{HG}\right)}{dt}\right)_{/\mathfrak{R}_0} = \left(\dfrac{d\vec{\Omega}(1/0)}{dt}\right)_{/\mathfrak{R}_0} \wedge \overrightarrow{HG} + \vec{\Omega}(1/0) \wedge \underbrace{\left(\dfrac{d\overrightarrow{HG}}{dt}\right)_{/\mathfrak{R}_0}}_{\vec{V}(G \in 5/1) + \vec{V}(G \in 1/0)}$

$$= \left(\dfrac{d\vec{\Omega}(1/0)}{dt}\right)_{/\mathfrak{R}_0} \wedge \overrightarrow{HG} + \vec{\Omega}(1/0) \wedge \left(\vec{V}(G \in 5/1) + \vec{\Omega}(1/0) \wedge \overrightarrow{HG}\right)$$

Ce qui donne : $\vec{\gamma}(G \in 5/0) = \underbrace{\left(\dfrac{d\vec{V}(G \in 5/1)}{dt}\right)_{/\mathfrak{R}_1}}_{\vec{\gamma}(G \in 5/1)} + \underbrace{\left(\dfrac{d\vec{\Omega}(1/0)}{dt}\right)_{/\mathfrak{R}_0} \wedge \overrightarrow{HG} + \vec{\Omega}(1/0) \wedge \left(\vec{\Omega}(1/0) \wedge \overrightarrow{HG}\right)}_{\vec{\gamma}_e(G \in 1/0)} + \underbrace{2\vec{\Omega}(1/0) \wedge \vec{V}(G \in 5/1)}_{\vec{\gamma}_C(G \in 1/0)}$

En récapitulatif : • $\vec{\gamma}(G \in 5/1) = \left(\dfrac{d\vec{V}(G \in 5/1)}{dt}\right)_{/\mathfrak{R}_1}$ **est l'accélération relative.**

• $\vec{\gamma}_e(G \in 1/0) = \left[\dfrac{d\vec{\Omega}(1/0)}{dt}\right]_{/\mathfrak{R}_0} \wedge \overrightarrow{HG} + \vec{\Omega}(1/0) \wedge \left[\vec{\Omega}(1/0) \wedge \overrightarrow{HG}\right]$ **est l'accélération d'entraînement.**

• $\vec{\gamma}_C(G \in 1/0) = 2\vec{\Omega}(1/0) \wedge \vec{V}(G \in 5/1)$ **est l'accélération de Coriolis.**

$$\boxed{\vec{\gamma}(G \in 5/0) = \vec{\gamma}(G \in 5/1) + \vec{\gamma}_e(G \in 1/0) + \vec{\gamma}_C(G \in 1/0)}$$

NE RIEN ECRIRE ICI

B-2-7. $\vec{V}(G \equiv 5/1) = \dot{y}\vec{y}_1 + \dot{x}\vec{x}_0 + h\,\dot{\theta}\,\vec{y}_5$; où : $\Re_1(H, \vec{x}_0, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$

$$\vec{\gamma}(G \equiv 5/1) = \left(\frac{d\vec{V}(G \equiv 5/1)}{dt}\right)_{/\Re_1}$$

$$\vec{\gamma}(G \equiv 5/1) = \ddot{x}\vec{x}_0 + \ddot{y}\vec{y}_1 + h\ddot{\theta}\,\vec{y}_5 - h\dot{\theta}^2\,\vec{x}_5$$

$$\boxed{\vec{\gamma}(G \in 5/1) = \ddot{x}\vec{x}_0 + \ddot{y}\vec{y}_1 + h\,\ddot{\theta}\,\vec{y}_5 - h\,\dot{\theta}^2\,\vec{x}_5}$$

$$\vec{\gamma}_e(G \equiv 1/0) = \ddot{\alpha}\vec{x}_0 \wedge \left(x\vec{x}_0 + y\vec{y}_1 + h\,\vec{x}_5\right) + \dot{\alpha}\vec{x}_0 \wedge \dot{\alpha}\left(y + h\sin\theta\right)\vec{z}_1$$

$$\vec{\gamma}_e(G \equiv 1/0) = \left(y + h\sin\theta\right)\left(\ddot{\alpha}\,\vec{z}_1 - \dot{\alpha}^2\vec{y}_1\right)$$

$$\boxed{\vec{\gamma}_e(G \in 1/0) = \left(y + h\sin\theta\right)\left(\ddot{\alpha}\,\vec{z}_1 - \dot{\alpha}^2\vec{y}_1\right)}$$

$$\vec{\gamma}_C(G \equiv 1/0) = 2\dot{\alpha}\vec{x}_0 \wedge \left(\dot{x}\vec{x}_0 + \dot{y}\vec{y}_1 + h\dot{\theta}\,\vec{y}_5\right)$$

$$\vec{\gamma}_C(G \equiv 1/0) = 2\dot{\alpha}\left(\dot{y} + h\,\dot{\theta}\cos\theta\right)\vec{z}_1$$

$$\boxed{\vec{\gamma}_C(G \in 1/0) = 2\dot{\alpha}\left(y + h\,\dot{\theta}\cos\theta\right)\vec{z}_1}$$

NE RIEN ECRIRE ICI

B-3- ETUDE CINETIQUE

B-3-1.

$$\left\{\mathscr{C}(5/1)\right\}_G = \left\{\begin{matrix} \vec{R}(\mathscr{C}) \\ \vec{\sigma}_G(5/1) \end{matrix}\right\|_G$$

- $\vec{R}(\mathscr{C}) = m\vec{V}(G \in 5/1) = m\left(\dot{x}\vec{x}_0 + \dot{y}\vec{y}_1 + h\,\dot{\theta}\,\vec{y}_5\right)$

- $\vec{\sigma}_G(5/1) = \vec{J}_G(5,\vec{\Omega}(5/1)) = \left[I_G(5)\right]\vec{\Omega}(5/1)$ (Cas particulier : G est le centre d'inertie de (5))

$$\vec{\sigma}_G(5/1) = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{bmatrix}_{\mathscr{B}_5} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} = C\dot{\theta}\,\vec{z}_1$$

$$\boxed{\left\{\mathscr{C}(5/1)\right\}_G = \left\{\begin{matrix} m\left(\dot{x}\vec{x}_0 + \dot{y}\vec{y}_1 + h\,\dot{\theta}\,\vec{y}_5\right) \\ C\dot{\theta}\,\vec{z}_1 \end{matrix}\right\|_G}$$

B-3-2.

$$\left\{\mathscr{D}(5/1)\right\}_G = \frac{d}{dt}\left(\left\{\mathscr{C}(5/1)\right\}_G\right)_{\mathscr{R}_1} \text{ (Cas particulier : G est le centre d'inertie de (5))}$$

- $\vec{R}(\mathscr{D}) = m\vec{\gamma}(G \in 5/1) = m\left(\ddot{x}\vec{x}_0 + \ddot{y}\vec{y}_1 + h\,\ddot{\theta}\,\vec{y}_5 - h\,\dot{\theta}^2\,\vec{x}_5\right)$

$$\left\{\begin{matrix} \vec{x}_0 = \cos\theta\,\vec{x}_5 - \sin\theta\,\vec{y}_5 \\ \vec{y}_1 = \sin\theta\,\vec{x}_5 + \cos\theta\vec{y}_5 \end{matrix}\right. \Rightarrow \vec{R}(\mathscr{D}) = \begin{pmatrix} m\left(\ddot{x}\cos\theta + \ddot{y}\sin\theta - h\,\dot{\theta}^2\right) \\ m\left(-\ddot{x}\sin\theta + \ddot{y}\cos\theta\vec{y}_1 + h\,\ddot{\theta}\right) \\ 0 \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_5}$$

NE RIEN ECRIRE ICI

- $\vec{\delta}_G(5/1)=\dfrac{d}{dt}\left(\vec{\sigma}_G(5/1)\right)_{\mathcal{R}_1}=C\ddot{\theta}\,\vec{z}_1$

$$\left\{\mathcal{D}(5/1)\right\}_G=\left\{\begin{array}{c|c} m\left(\ddot{x}\cos\theta+\ddot{y}\sin\theta-h\,\dot{\theta}^2\right) & 0 \\ m\left(-\ddot{x}\sin\theta+\ddot{y}\cos\theta+h\,\ddot{\theta}\right) & 0 \\ 0 & C\ddot{\theta} \end{array}\right\}_G^{\mathcal{B}_5}$$

B-3-3. $2E_C(5/1)=\left\{\mathcal{V}(5/1)\right\}_G\left\{\mathcal{C}(5/1)\right\}_G={}^t\vec{\Omega}(5/1)\left[I_G(5)\right]\vec{\Omega}(5/1)+m\left(\vec{V}(G\in 5/1)\right)^2$

$$2E_C(5/1)=\left\{\begin{array}{c|c} 0 & \dot{x}\cos\theta-h\,\dot{\theta}\sin\theta \\ 0 & \dot{y}+h\,\dot{\theta}\cos\theta \\ \dot{\theta} & 0 \end{array}\right\}_G^{\mathcal{B}_1}\left\{\begin{array}{c|c} m\left(\dot{x}\cos\theta-h\,\dot{\theta}\sin\theta\right) & 0 \\ m\left(\dot{y}+h\,\dot{\theta}\cos\theta\right) & 0 \\ 0 & C\dot{\theta} \end{array}\right\}_G^{\mathcal{B}_1}$$

$$2E_C(5/1)=C\dot{\theta}^2+m\left(\dot{x}\cos\theta-h\,\dot{\theta}\sin\theta\right)^2+m\left(\dot{y}+h\,\dot{\theta}\cos\theta\right)^2$$

$$E_C(5/1)=\frac{1}{2}\left[C\dot{\theta}^2+m\left(\dot{x}^2+\dot{y}^2+h^2\,\dot{\theta}^2-2\,h\,\dot{\theta}\,(\dot{x}\sin\theta-\dot{y}\cos\theta)\right)\right]$$

NE RIEN ECRIRE ICI

B-3-4. $\vec{U} = [I_G(5)]\vec{\Omega}(1/0) - I_G\vec{\Omega}(1/0)$

$$= \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{bmatrix}_{\mathcal{B}5} \begin{pmatrix} \dot\alpha\cos\theta \\ -\dot\alpha\sin\theta \\ 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}5} - (A+C)\,\dot\alpha\,\vec{x}_0 = \begin{pmatrix} A\,\dot\alpha\cos\theta \\ -B\,\dot\alpha\sin\theta \\ 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}5} - \begin{pmatrix} (A+C)\,\dot\alpha\cos\theta \\ -(A+C)\,\dot\alpha\sin\theta \\ 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}5} = \begin{pmatrix} -C\,\dot\alpha\cos\theta \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}5}$$

$= -C\,\dot\alpha\cos\theta\,\vec{x}_5$

$$\boxed{\vec{U} = -C\,\dot\alpha\cos\theta\,\vec{x}_5}$$

B-3-5.
- $-m\,\vec{\gamma}_e(G \equiv 1/0) = -m(y+h\sin\theta)\left(\ddot\alpha\vec{z}_1 - \dot\alpha^2\vec{y}_1\right) = -m(y+h\sin\theta)\left(-\dot\alpha^2\sin\theta\vec{x}_5 - \dot\alpha^2\cos\theta\vec{y}_5 + \ddot\alpha\vec{z}_1\right)$
- $-\vec{\Omega}(1/0)\wedge\vec{U} - [I_G(5)]\left(\dfrac{d\vec{\Omega}(1/0)}{dt}\right)_{/\mathcal{R}_0} = \left(-\dot\alpha\,\vec{x}_0\right)\wedge\left(-C\dot\alpha\cos\theta\,\vec{x}_5\right) - \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{bmatrix}_{\mathcal{B}5} \begin{pmatrix} \ddot\alpha\cos\theta \\ -\ddot\alpha\sin\theta \\ 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}5}$

$= -A\ddot\alpha\cos\theta\,\vec{x}_5 + B\,\ddot\alpha\sin\theta\,\vec{y}_5 + C\dot\alpha^2\sin\theta\cos\theta\,\vec{z}_1$

$$\boxed{\left\{\mathcal{D}_{ie}(5,\mathcal{R}_1/0)\right\}_G = \left\{\begin{array}{c|c} m(y+h\sin\theta)\dot\alpha^2\sin\theta & -A\ddot\alpha\cos\theta \\ m(y+h\sin\theta)\dot\alpha^2\cos\theta & B\,\ddot\alpha\sin\theta \\ -m(y+h\sin\theta)\ddot\alpha & C\dot\alpha^2\sin\theta\cos\theta \end{array}\right\}_G^{\mathcal{B}5}}$$

- $-m\,\vec{\gamma}_C(G \equiv 1/0) = -2m\alpha\left(\dot y + h\,\dot\theta\sin\theta\right)\vec{z}_1$
- $-2\vec{\Omega}(5/1)\wedge\vec{U} = \left(-2\dot\theta\,\vec{z}_1\right)\wedge\left(-C\dot\alpha\cos\theta\,\vec{x}_5\right) = -\,2C\dot\alpha\dot\theta\cos\theta\,\vec{y}_5$

$$\boxed{\left\{\mathcal{D}_{ic}(5,\mathcal{R}_1/0)\right\}_G = \left\{\begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ 0 & 2C\dot\alpha\dot\theta\cos\theta \\ -2m\alpha\left(\dot y + h\,\dot\theta\sin\theta\right) & 0 \end{array}\right\}_G^{\mathcal{B}5}}$$

NE RIEN ECRIRE ICI

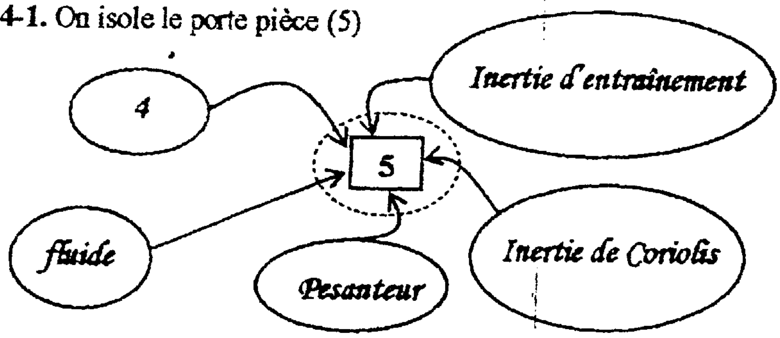
B-4- ETUDE DYNAMIQUE

$\alpha = \alpha_0 = C^{te}$ et $y = y_0 = C^{te}$

$$\left\{\mathcal{D}(5/1)\right\}_G = \left\{ \begin{array}{c|c} m\left(\ddot{x}\cos\theta - h\dot{\theta}^2\right) & 0 \\ m\left(-\ddot{x}\sin\theta + h\ddot{\theta}\right) & 0 \\ 0 & C\ddot{\theta} \end{array} \right\}_G^{\mathcal{B}_5}$$

$\left\{\mathcal{D}_{ie}(5,\mathcal{R}_1/0)\right\}_G = \left\{0\right\}$	$\left\{\mathcal{D}_{ic}(5,\mathcal{R}_1/0)\right\}_G = \left\{0\right\}$

B-4-1. On isole le porte pièce (5)



$(\bar{5}) = \{$ 4, pes., fluide, inertie $\}$

Bilan des actions mécaniques extérieures exercées sur (5)

$\left\{\mathcal{T}(4\rightarrow5)\right\}_E = \left\{ \begin{array}{c\|c} X_{45} & L_{45} \\ Y_{45} & M_{45} \\ Z_{45} & 0 \end{array} \right\}_E^{\mathcal{B}_5}$	$\left\{\mathcal{T}(\text{Pesanteur}\rightarrow5)\right\}_G = \left\{ \begin{array}{c\|c} m\,g\cos\theta & 0 \\ -m\,g\sin\theta & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\}_G^{\mathcal{B}_5}$

NE RIEN ECRIRE ICI

$$\left\{\mathcal{T}(\text{Fluide}\rightarrow 5)\right\}_G = \left\{\begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ \dfrac{-f\dot{\theta}}{h} & 0 \\ 0 & -f\dot{\theta} \end{array}\right\}_G^{\mathcal{B}_5}$$

B-4-2. Transfert des moments des actions mécaniques extérieures exercées sur (5) au point G

$$\vec{\mathcal{M}}_G(4\rightarrow 5) = \vec{\mathcal{M}}_E(4\rightarrow 5) + \vec{R}(4\rightarrow 5)\wedge\overrightarrow{EG}$$

$$= \begin{pmatrix} L_{45} \\ M_{45} \\ 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_5} + \begin{pmatrix} X_{45} \\ Y_{45} \\ Z_{45} \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_5} \wedge \begin{pmatrix} h \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_5} = \begin{pmatrix} L_{45} \\ M_{45}+h\,Z_{45} \\ -h\,Y_{45} \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_5}$$

$$\left\{\mathcal{T}(\bar{5}\rightarrow 5)\right\}_G = \left\{\begin{array}{c|c} X_{45}+m\,g\cos\theta & L_{45} \\ Y_{45}-m\,g\sin\theta-\dfrac{f\dot{\theta}}{h} & M_{45}+hZ_{45} \\ Z_{45} & -hY_{45}-f\dot{\theta} \end{array}\right\}_G^{\mathcal{B}_5}$$

B-4-3. Projection sur $\vec{y}_5$ du Théorème de la Résultante dynamique appliqué à (5) dans mouvement par rapport au repère $\mathcal{R}_1$

$$Y_{45}-m\,g\sin\theta-\frac{f\dot{\theta}}{h} = m\left(h\,\ddot{\theta}-\ddot{x}\sin\theta\right) \qquad ①$$

B-4-4. Projection sur $\vec{z}_5$ du Théorème du Moment dynamique appliqué à (5), au point dans son mouvement par rapport au repère $\mathcal{R}_1$

$$-hY_{45}-f\,\dot{\theta} = C\ddot{\theta} \qquad ②$$

NE RIEN ECRIRE ICI

B-4-5. ① $\Rightarrow Y_{45} = m\left(h\,\ddot{\theta} - \ddot{x}\sin\theta\right) + m\,g\sin\theta + \dfrac{f\dot{\theta}}{h}$

② $\Rightarrow C\ddot{\theta} + hm\left(h\,\ddot{\theta} - \ddot{x}\sin\theta + g\sin\theta\right) + 2f\,\dot{\theta} = 0$, *Avec :* $C = \dfrac{mh^2}{3}$

$$\Rightarrow \frac{4mh^2}{3}\ddot{\theta} + 2f\,\dot{\theta} + mh(g - \ddot{x})\sin\theta = 0$$

$$\boxed{\frac{4mh^2}{3}\ddot{\theta} + 2f\,\dot{\theta} + mh(g - \ddot{x})\sin\theta = 0} \quad ③$$

B-4-6. $\theta << 1;\ \sin\theta \approx \theta;\ \cos\theta \approx 1$

$$\ddot{\theta} + \frac{3f}{2mh^2}\dot{\theta} + \frac{3mgh}{4mh^2}\left(1 - \frac{\ddot{x}}{g}\right)\theta = 0$$

$$\Rightarrow \ddot{\theta} + 2\varepsilon\Omega_0\dot{\theta} + \Omega_0^2\left(1 - \frac{\ddot{x}}{g}\right)\theta = 0$$

Avec : $f = \dfrac{4}{3}mh^2\varepsilon\sqrt{\dfrac{3g}{4h}}$

$$\Rightarrow \boxed{\ddot{\theta} + 2\varepsilon\Omega_0\dot{\theta} + \Omega_0^2(1 - \xi(t))\theta = 0}$$

$$\boxed{\text{Où : } \begin{cases} \Omega_0^2 = \dfrac{3g}{4h} \\ \xi(t) = \dfrac{\ddot{x}}{g} \end{cases}}$$

NE RIEN ECRIRE ICI

Document Réponse DR3

Partie C : AUTOMATIQUE

C-I-1.

C-I-2.

....
....
....
....
....
....
....
....

NE RIEN ECRIRE ICI

C-I-3.

C-II-1.

C-II-2.

NE RIEN ECRIRE ICI

C-II-3-1. a)

C-II-3-1. b)

C-II-3-2. a)

C-II-3-2. b)