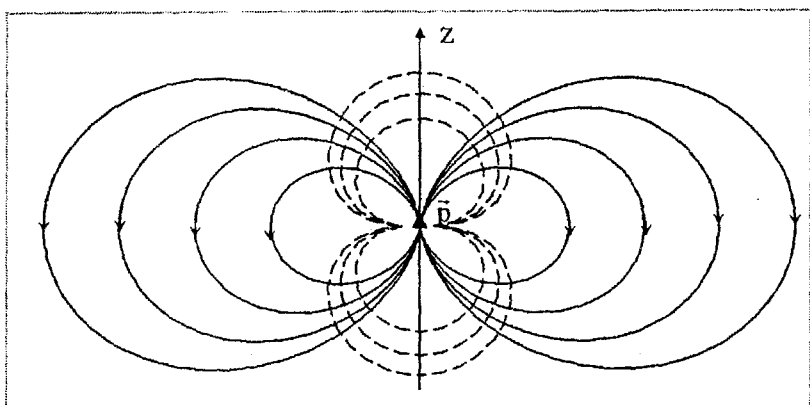
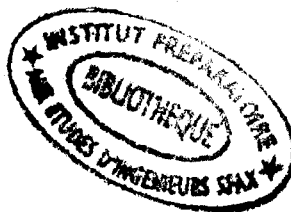
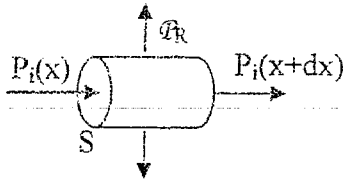


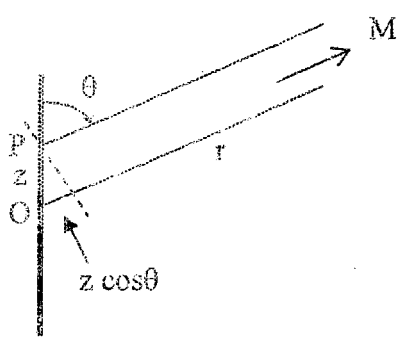
Problème 1 : (75/100)

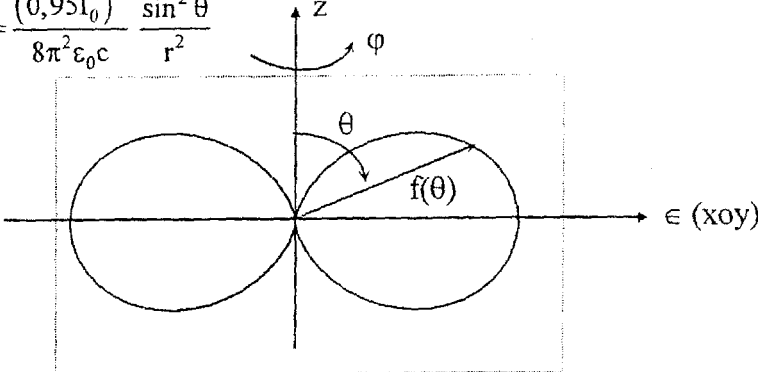
Question	Barème
1- Le moment dipolaire du doublet s'écrit : $\vec{p} = q\vec{NP} = qa\vec{u}_z = p\vec{u}_z$	0.75
2- La distribution de charges est invariante par rotation d'angle φ autour de l'axe oz $\Rightarrow V(M) = V(r, \theta)$ et $\vec{E}(M) = \vec{E}(r, \theta)$	0.75
3- Approximation dipolaire : $r = OM \gg a$ Démonstration : $V(M) = \frac{p \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{\vec{p} \cdot \vec{u}_r}{4\pi\epsilon_0 r^2}$	0.5 + 2
4-1- $\vec{E}(M) = -\text{grad} V(M) \Rightarrow E_r = \frac{2p \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^3}$; $E_\theta = \frac{p \sin \theta}{4\pi\epsilon_0 r^3}$; $E_\varphi = 0$.	1.5
4-2- $\vec{p} = p\vec{u}_z = p \cos \theta \vec{u}_r - p \sin \theta \vec{u}_\theta \Rightarrow \vec{E}(M) = \frac{3(\vec{p} \cdot \vec{u}_r)\vec{u}_r - \vec{p}}{4\pi\epsilon_0 r^3}$; donc $k = 3$ On accepte autres méthodes de démonstration	1.5
4-3- $E^2 = E_r^2 + E_\theta^2 \Rightarrow E = \frac{p}{4\pi\epsilon_0 r^3} \sqrt{1 + 3 \cos^2 \theta}$	1
5-1- $V(M) = \text{Cte} \Rightarrow r^2 = A \cos \theta$; A est une constante.	1
5-2- $\frac{dr}{E_r} = \frac{rd\theta}{E_\theta} \Rightarrow r = \lambda \sin^2 \theta$; λ est une constante.	1
5-3-  <p>----- Surfaces équipotentielles ———— Lignes de champ</p>	1 + 1
6-1- Force : $\vec{F} = (\vec{p} \cdot \text{grad}) \vec{E}_{\text{ext}} = \vec{0}$ Moment : $\vec{\Gamma} = \vec{p} \wedge \vec{E}_{\text{ext}}$ (démonstration)	1 + 1.5
6-2- $U_p = -\vec{p} \cdot \vec{E}_{\text{ext}}$ (démonstration)	1.5
6-3- $U_p = -pE_{\text{ext}} \cos \beta$; $\frac{dU_p}{d\beta} = 0 \Rightarrow \beta = 0$ ou $\beta = \pi$ $\left. \frac{d^2 U_p}{d\beta^2} \right _{\beta=0} = pE_{\text{ext}} > 0 \Rightarrow$ équilibre stable $\left. \frac{d^2 U_p}{d\beta^2} \right _{\beta=\pi} = -pE_{\text{ext}} < 0 \Rightarrow$ équilibre instable	0.5 + 0.5 + 0.5
7-1- $[E] = \left[\frac{p}{\epsilon_0 r^3} \right] \Rightarrow [\alpha] = [r^3] = L^3 \Rightarrow \alpha$ s'exprime en m^3	1



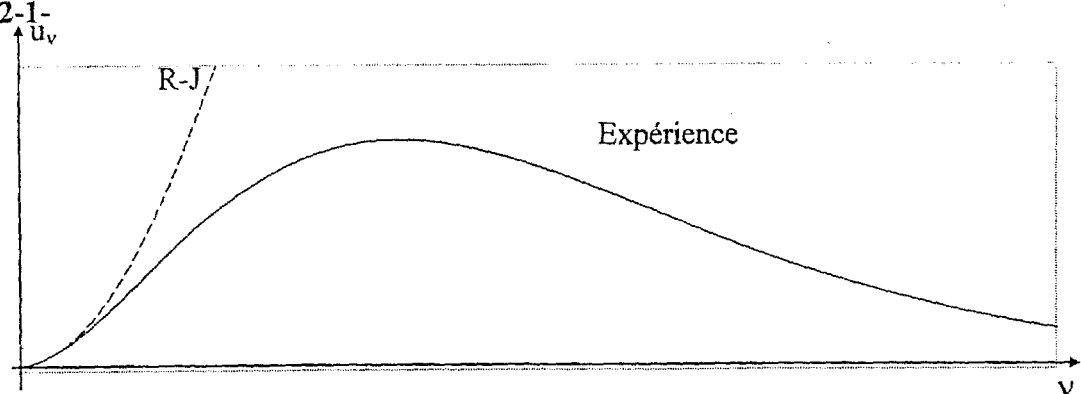
7-2- $\alpha \approx 10^{-30} \text{ m}^3 = (\text{taille moléculaire})^3 \Rightarrow \alpha$ représente le volume du nuage électronique de la molécule non polaire dont la déformation entrainera l'apparition de \bar{p}_i .	1
8- Pour un dipôle rigide $U_p = -\bar{p} \cdot \vec{E}$. Pour \bar{p}_i , le dipôle est induit au fur et à mesure que l'on amène la molécule dans le champ $\vec{E} \Rightarrow k' < 1$.	1
9- $U_p = -k' \epsilon_0 \alpha E^2 = -\frac{k' \epsilon_0 \alpha p^2 (1 + 3 \cos^2 \theta)}{(4\pi \epsilon_0)^2 r^6}$; $\vec{F} = -\text{grad} U_p \Rightarrow$ $F_r = -\frac{6k' \epsilon_0 \alpha p^2 (1 + 3 \cos^2 \theta)}{(4\pi \epsilon_0)^2 r^7} = \frac{6U_p}{r}$; $F_\theta = -\frac{6k' \epsilon_0 \alpha p^2 \cos \theta \sin \theta}{(4\pi \epsilon_0)^2 r^7}$	0.5 + 1 + 1
10-1- $\langle F_\theta \rangle = 0$; $\langle F_r \rangle = -\frac{15k' \epsilon_0 \alpha p^2}{(4\pi \epsilon_0)^2 r^7} = -\frac{C}{r^7}$; $C > 0$	0.5 + 1
10-2- La force est alors radiale, en moyenne. $\langle F_r \rangle < 0 \Rightarrow$ cette force est attractive.	0.5 + 0.5
11- Jauge de Lorentz : $\text{div} \vec{A} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial V}{\partial t} = 0 \Rightarrow V(M, t) = \frac{p_0 \cos \theta}{4\pi \epsilon_0 r^2} \left(1 + j \frac{r\omega}{c} \right) e^{j\omega \left(t - \frac{r}{c} \right)}$; Sachant que $\frac{r\omega}{c} = 2\pi \frac{r}{\lambda}$: <ul style="list-style-type: none"> Si $r \ll \lambda$, $V(M, t) = \frac{p_0 \cos \theta}{4\pi \epsilon_0 r^2} e^{j\omega t}$: c'est le potentiel créé par le dipôle dans l'ARQS. Si $r \gg \lambda$, $V(M, t) = j \frac{(\frac{\omega}{c}) p_0 \cos \theta}{4\pi \epsilon_0 r} e^{j\omega \left(t - \frac{r}{c} \right)}$: c'est le potentiel rayonné à grande distance par le dipôle. 	1.5 + 1.5 + 1.5
12- $\vec{E}(M, t) = -\text{grad} V(M, t) - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$; $\vec{B} = r \text{ot} \vec{A}$	0.5 + 0.5
13- Le plan $(M, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$ est un plan de symétrie pour la distribution de charge \Rightarrow $\vec{E}(M, t) = E_r(M, t) \vec{u}_r + E_\theta(M, t) \vec{u}_\theta$ La distribution est invariante par rotation d'angle ϕ autour de oz \Rightarrow $\vec{E}(M, t) = E_r(r, \theta, t) \vec{u}_r + E_\theta(r, \theta, t) \vec{u}_\theta$	0.5 + 0.5
14-1- <ul style="list-style-type: none"> Champ proche : $r \ll \lambda$: $\vec{E}_{\text{proche}}(M, t) = \frac{2p_0 e^{j\omega t} \cos \theta}{4\pi \epsilon_0 r^3} \vec{u}_r + \frac{p_0 e^{j\omega t} \sin \theta}{4\pi \epsilon_0 r^3} \vec{u}_\theta$: c'est le champ créé par le dipôle dans l'ARQS (variation en $\frac{1}{r^3}$) Champ moyen : $r \approx \lambda$, $\vec{E}_{\text{moyen}}(M, t) = \frac{j2\pi}{4\pi \epsilon_0 r^2 \lambda} (2p_0 \cos \theta \vec{u}_r + p_0 \sin \theta \vec{u}_\theta) e^{j\omega \left(t - \frac{r}{c} \right)}$: c'est le champ créé dans la zone : $r \approx \lambda$ (variation en $\frac{1}{r^2 \lambda}$) Champ lointain ou rayonné : $r \gg \lambda$, $\vec{E}_{\text{ray}}(M, t) = -\frac{\omega^2 p_0 \sin \theta}{4\pi \epsilon_0 r c^2} e^{j\omega \left(t - \frac{r}{c} \right)} \vec{u}_\theta$: variation en $\frac{1}{r \lambda^2}$ 	0.75 + 0.75 + 0.75

14-2- zone de rayonnement : $r \gg \lambda$, $\vec{E}(M,t) = -\frac{\omega^2 p_0 \sin \theta}{4\pi\epsilon_0 r c^2} e^{j\omega(t-\frac{r}{c})} \vec{u}_\theta$	0.5 + 0.5
15- $\vec{B} = \frac{\vec{k} \wedge \vec{E}}{\omega} = \frac{\vec{u}_r \wedge \vec{E}}{c} \Rightarrow \vec{B}(M,t) = -\frac{\omega^2 p_0 \sin \theta}{4\pi\epsilon_0 r c^3} e^{j\omega(t-\frac{r}{c})} \vec{u}_\varphi$	1
16- $\vec{\Pi}(M,t) = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} = \frac{\omega^4 p_0^2 \sin^2 \theta}{16\pi^2 \epsilon_0 c^3 r^2} \cos^2 \omega \left(t - \frac{r}{c} \right) \vec{u}_r$; $\langle \vec{\Pi}(M,t) \rangle = \frac{\omega^4 p_0^2 \sin^2 \theta}{32\pi^2 \epsilon_0 c^3 r^2} \vec{u}_r$	1.5 + 1
17- $\Phi_R = \oint_{\text{sphère}} \langle \vec{\Pi} \rangle r^2 \sin \theta d\theta d\varphi \vec{u}_r \Rightarrow \Phi_R = \frac{p_0^2 \omega^4}{12\pi\epsilon_0 c^3}$ Φ_R ne dépend pas de r , puisque le vide dans lequel se propage l'onde n'est pas absorbant.	1 + 0.5
18- $m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = -m\omega_0^2 \vec{r} - e\vec{E}_0 \cos(\omega t)$ * $\vec{F}_{\text{rap}} = -m\omega_0^2 \vec{r}$: force de rappel exercée sur l'électron élastiquement lié par le reste de l'atome. * $\vec{F}_e = -e\vec{E}_0 \cos(\omega t)$: force électrique excitatrice due à la présence de \vec{E}	0.5 + 0.5
19- Approximations adoptées : * Le poids de l'électron est négligeable devant la force électrique : $\frac{F_e}{mg} \gg 1$ * La contribution magnétique de la force de Lorentz est négligeable : $\frac{F_m}{F_e} = \frac{v}{c} \ll 1$ (l'électron est non relativiste) * La force d'amortissement $\vec{F}_{\text{am}} = -\frac{m}{\tau} \frac{d\vec{r}}{dt}$ est négligeable dans le domaine de la diffusion Rayleigh ($\frac{1}{\tau} \ll \omega \ll \omega_0$) * A l'échelle de l'atome, \vec{E} est quasi - uniforme : $x \approx 10^{-4} \mu\text{m}$; $\lambda \approx 0,5 \mu\text{m}$ $kx = \frac{2\pi x}{\lambda} \approx 2\pi \frac{10^{-4}}{0,4} = 1,57 \cdot 10^{-5} \ll 1$	0.5 + 0.5 + 0.75 + 0.75
20- $\vec{r} = -\frac{e}{m(\omega^2 - \omega_0^2)} \vec{E}_0 \cos(\omega t)$	1
21- $\vec{p} = -e\vec{r} = -\frac{e^2}{m(\omega^2 - \omega_0^2)} \vec{E}_0 \cos(\omega t)$; $p_0(\omega) = -\frac{e^2 E_0}{m(\omega^2 - \omega_0^2)}$	1.5
22- $\Phi_R = \frac{\omega^4 p_0^2(\omega)}{12\pi\epsilon_0 c^3} = \frac{\omega^4 e^4 E_0^2}{12\pi\epsilon_0 m^2 c^3 (\omega_0^2 - \omega^2)^2}$	1.5
23-1- $P_i = \frac{1}{2} c \epsilon_0 E_0^2 S$ (démonstration)	1.5
23-2- $\Phi_R = \frac{\omega^4 e^4}{6\pi\epsilon_0^2 m^2 c^4 S (\omega_0^2 - \omega^2)^2} P_i$	1
24-1- $P_i(x) - P_i(x+dx) = \Phi_R NS dx$  $\frac{dP_i}{dx} = -NS\Phi_R = -\frac{P_i}{\ell_c}$; $\ell_c = \frac{6\pi\epsilon_0^2 m^2 c^4 (\omega_0^2 - \omega^2)^2}{N\omega^4 e^4}$	0.5 + 1

24-2- $P_i(x) = P_i(0)e^{-\frac{x}{\ell_c}}$; ℓ_c : distance caractéristique de l'atténuation de P_i .	0.5 + 0.5
25- $\omega \ll \omega_0$ 25-1- $\ell_c = \frac{6\pi\epsilon_0 m^2 c^4 \omega_0^4}{Ne^4 \omega^4}$	0.75
25-2- $\ell_c = \frac{6\pi\epsilon_0 m^2 c^4}{Ne^4} \left(\frac{\lambda}{\lambda_0}\right)^4$ en nm ; $\ell_{cR} = 2789$ km, $\ell_{cB} = 174$ km	0.5+0.5 + 0.5
25-3- La lumière diffusée est plus riche en bleu : $\frac{P_R(B)}{P_R(R)} = \left(\frac{\lambda_R}{\lambda_B}\right)^4 \approx 16 \Rightarrow$ ceci explique la couleur bleu du ciel. $\ell_{cR} \gg \ell_{cB}$: l'atténuation de la radiation bleue est beaucoup plus importante que celle de la radiation rouge \Rightarrow le soleil couchant est rouge car la lumière traverse une plus grande couche atmosphérique.	1.5
26- d'après la question -14 $\vec{E}_{\text{ray}}(M, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r c^2} \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2}(p) \right)_{t-\frac{r}{c}} \sin\theta \vec{u}_0$; ce qui donne $d\vec{E}_O(M, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r c^2} \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2}(\delta p) \right)_{t-\frac{r}{c}} \sin\theta \vec{u}_0$	1
27-  $\frac{1}{PM} \approx \frac{1}{r}$; au premier ordre en $\frac{z}{r}$, on a : $t - \frac{PM}{c} \approx t - \frac{1}{c}(r - z \cos\theta) = t - \frac{r}{c} + \frac{z}{c} \cos\theta$ Ce qui donne $\varphi_P = \varphi_0 + \frac{\omega}{c} z \cos\theta \Rightarrow \varphi = \varphi_P - \varphi_0 = \frac{\omega}{c} z \cos\theta$	1.5 + 1
28- En utilisant la notation complexe : $\frac{\partial^2}{\partial t^2}(\delta p) = j\omega I_0 \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} z\right) e^{j\omega t} dz$; $k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$ $d\vec{E}(M, t) = \frac{j\omega I_0 \sin\theta}{4\pi\epsilon_0 c^2 r} e^{j(\omega t - kr)} \left[e^{jk(1+\cos\theta)z} + e^{-jk(1-\cos\theta)z} \right] dz \vec{u}_0$; $\vec{E}(M, t) = \int_{-\frac{\lambda}{4}}^{\frac{\lambda}{4}} d\vec{E}(M, t)$; soit : $\vec{E}(M, t) = \frac{jI_0}{2\pi\epsilon_0 cr} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos\theta\right)}{\sin\theta} e^{j(\omega t - kr)} \vec{u}_0$; ou en notation réelle $\vec{E}(M, t) = -\frac{I_0}{2\pi\epsilon_0 cr} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos\theta\right)}{\sin\theta} \sin\omega\left(t - \frac{r}{c}\right) \vec{u}_0$	2 + 2 + 1

<p>• L'utilisation de l'approximation $\cos(\frac{\pi}{2} \cos \theta) \approx 0,95 \sin^2 \theta$, donne :</p> $\vec{E}(M, t) = -\frac{0,95 I_0}{2\pi\epsilon_0 c r} \sin \theta \sin \omega(t - \frac{r}{c}) \vec{u}_\theta$	1
<p>29- Le champ rayonné possède la structure d'une onde localement plane \Rightarrow</p> $\vec{B} = \frac{\vec{u}_r \wedge \vec{E}}{c} = \frac{E(M, t)}{c} \vec{u}_\phi \Rightarrow \vec{B}(M, t) = -\frac{0,95 I_0}{2\pi\epsilon_0 c^2 r} \sin \theta \sin \omega(t - \frac{r}{c}) \vec{u}_\phi$	1 + 1
<p>30- $\vec{\Pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} = \frac{(0,95 I_0)^2}{4\pi^2 \epsilon_0 c r^2} \sin^2 \theta \sin^2 \omega(t - \frac{r}{c}) \vec{u}_r$</p> $\langle \vec{\Pi} \rangle = \frac{(0,95 I_0)^2}{8\pi^2 \epsilon_0 c r^2} \sin^2 \theta \vec{u}_r$	1 + 0.5
<p>31- $f(\theta) = \ \langle \vec{\Pi} \rangle\ = \frac{(0,95 I_0)^2}{8\pi^2 \epsilon_0 c} \frac{\sin^2 \theta}{r^2}$</p>  <p>Le facteur $\sin^2 \theta$ traduit l'anisotropie du rayonnement. Pour $\theta = 0$, la puissance rayonnée est nulle. Pour $\theta = \frac{\pi}{2}$, la puissance rayonnée est maximale.</p>	0.5 + 1.5 + 1
<p>32- $P_R = \oint_{\text{sphère}} \langle \vec{\Pi} \rangle \cdot r^2 \sin \theta d\theta d\phi \vec{u}_r \Rightarrow P_R = \frac{(0,95)^2}{3\pi\epsilon_0 c} I_0^2$</p>	1.5
<p>33- $R_{\text{ray}} = \frac{2 (0,95)^2}{3 \pi \epsilon_0 c}$; A.N : $R_{\text{ray}} = 72,2 \Omega$</p>	0.5 + 0.5

Problème 2 (25/100)

<p>1- Un corps noir est un objet opaque qui absorbe tout rayonnement incident quelque soit sa longueur d'onde. Il ne réfléchit, ne diffuse et ne transmet rien de ce rayonnement.</p>	1
<p>2-1-</p> 	1
<p>2-2- $u_{v,RJ}$ est en accord avec l'expérience aux faibles fréquences mais ne l'est pas aux fréquences élevée (domaine U-V). Cette contradiction est connue historiquement sous le Nom « catastrophe ultra-violette »</p>	1

<p>3-1-</p> <ul style="list-style-type: none"> En B.F : $u_v \rightarrow \frac{8\pi k_B T}{c^3} v^2 = u_{v,RJ}$ En H.F : $u_v \rightarrow \frac{8\pi h}{c^3} v^3 e^{-\frac{hv}{k_B T}} = u_{v,Wien}$ 	<p>0.5 + 0.5</p>
<p>3-2- $u = \frac{8\pi h}{c^3} \int_0^\infty \frac{v^3}{e^{\frac{hv}{k_B T}} - 1} dv$, en posant $x = \frac{hv}{k_B T}$ puis en intégrant, on trouve :</p> <p>$u = \frac{8\pi^5 k_B^4}{15h^3 c^3} T^4 = aT^4$; $a = \frac{8\pi^5 k_B^4}{15h^3 c^3}$; A.N : $a = 7,52 \cdot 10^{-16} \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-4}$</p>	<p>1.5 + 0.5</p>
<p>4- $\frac{du}{d\lambda} = \frac{c}{\lambda^2} \frac{du}{dv} \left(\frac{c}{\lambda} \right)$, d'où $u_\lambda(\lambda, T) = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}} - 1}$</p>	<p>1.5</p>
<p>5- $u_\lambda(\lambda, T)$ est maximale si $\lambda^5 \left(e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}} - 1 \right)$ est extrémale, soit en posant $x = \frac{hc}{\lambda k_B T}$</p> <p>$e^{x_m}(5 - x_m) = 5 \Rightarrow x_m = 4,97$ ou encore $\lambda_m T = 2900 \mu\text{mK}$: loi de Wien</p>	<p>2</p>
<p>6- a- $T = 300\text{K}$, $\lambda_m = 9,67 \mu\text{m}$: rayonnement I-R</p> <p>b- $T = 5800\text{K}$, $\lambda_m = 0,5 \mu\text{m}$: rayonnement visible</p>	<p>0.5 + 0.5 0.5 + 0.5</p>
<p>7-1- Loi de Stefan :</p> <p>La puissance surfacique totale émise par un corps noir s'écrit $\phi = \sigma T^4$</p> <p>La constante de Stefan σ s'exprime en $\text{Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$</p>	<p>0.5 + 0.5</p>
<p>7-2- $P_s = 4\pi R_s^2 \sigma T_s^2$</p>	<p>1</p>
<p>8- $P_t = P_s \frac{d\Omega}{4\pi}$, $d\Omega = \frac{\pi R_t^2}{d^2}$: angle solide élémentaire sous lequel on voit la terre depuis le soleil ; soit $P_t = P_s \frac{R_t^2}{4d^2} = \frac{\pi \sigma R_s^2 R_t^2}{d^2} T_s^4$</p>	<p>2.5</p>
<p>9-1- $P_t = 4\pi R_t^2 \sigma T_0^4 \Rightarrow T_0 = \sqrt{\frac{R_s}{2d}} T_s$</p>	<p>1</p>
<p>9-2- $T_0 \approx 280\text{K} = 7^\circ\text{C}$</p> <p>$T_0$ est inférieur à la température moyenne de la terre estimée à $20^\circ\text{C} \Rightarrow$ le modèle est insuffisant car il ne tient pas compte de la présence de l'atmosphère (effet de serre)</p>	<p>0.5 + 1</p>
<p>10-1- Equilibre radiatif :</p> <ul style="list-style-type: none"> Pour la terre : $4\pi R_t^2 \sigma T_p^4 = (1 - \alpha) \frac{\pi \sigma R_s^2 R_t^2}{d^2} T_s^4 + 4\pi R_t^2 \sigma T_a^4$ Pour l'atmosphère : $2 \times 4\pi R_t^2 \sigma T_a^4 = \alpha \frac{\pi \sigma R_s^2 R_t^2}{d^2} T_s^4 + 4\pi R_t^2 \sigma T_p^4$, car $e \ll R_t$ 	<p>1.5 + 1.5</p>
<p>10-2- En simplifiant les deux équations précédentes, on trouve :</p> <p>$T_p^4 = (1 - \alpha) T_0^4 + T_a^4$ et $2T_a^4 = \alpha T_0^4 + T_p^4$</p> <p>La combinaison de ces deux équations donne : $T_p = T_0 (2 - \alpha)^{\frac{1}{4}}$</p>	<p>0.5 + 0.5 1.5</p>
<p>10-3- A.N : $T_p \approx 290\text{K} = 17^\circ\text{C}$, ce modèle est plus réaliste (il peut être amélioré aussi)</p>	<p>0.5 + 0.5</p>