Concours en Mathématiques et Physique
Epreuve de Physique

Date : Samedi 9 juin 2001	**Heure : 8 h**	**Durée : 4 heures**	**Nb pages : 6**

Barème : Pb 1:10/20 (I : 4 ; II : 4 ; III : 2) ;**Pb 2:10/20** (A : 1 ; BI : 3,25 ; BII : 2 ; BIII : 2,75 ; BIV : 1)

l'usage d'une calculatrice (non-programmable) est autorisé

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

L'épreuve comporte deux problèmes indépendants, le candidat peut les résoudre dans l'ordre qui lui convient, en respectant néanmoins la numérotation des questions.

☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆

PREMIER PROBLEME

Dans ce problème, on se propose de relier le contraste des franges d'interférence à la cohérence temporelle de la source primaire, en étudiant les interférences obtenues avec le dispositif des fentes d'Young (cf. figure 1).

La fente source fine F, parallèle à l'axe (Oz), est placée au foyer objet d'une lentille convergente (L_1). Elle éclaire une plaque opaque percée de deux fentes fines F_1 et F_2 parallèles à la fente F, distantes de a et symétriques par rapport à l'axe optique (FO). L'écran d'observation (E) se trouve dans le plan focal image d'une deuxième lentille convergente (L_2) de distance focale image f_2.

Dans tout le problème, on néglige le phénomène de diffraction lié aux montures des deux lentilles et on suppose satisfaite l'approximation de Gauss de l'optique géométrique.

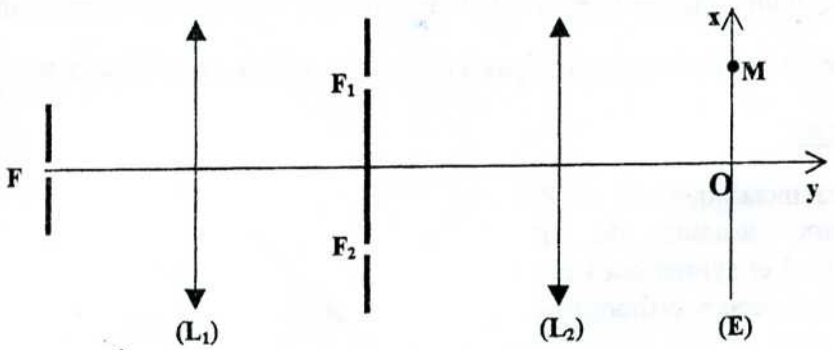


figure 1

I- Interférences en lumière parfaitement cohérente temporellement

I.1.a. Une source de lumière monochromatique existe-t-elle réellement ? Expliquer.

I.1.b. Le dispositif de la figure 1 réalise-t-il une division du front d'onde ou une division de l'amplitude de l'onde primaire ?

I.1.c. Les franges d'interférence sont-elles localisées ?
Quelle est le rôle de la lentille L_2 utilisée ?

DEUXIEME PROBLEME

Données utiles :

- Le vide est caractérisé par sa permittivité électrique $\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi} 10^{-9}\ \text{Fm}^{-1}$ et sa perméabilité magnétique $\mu_0 = 4\pi\ 10^{-7}\ \text{Hm}^{-1}$.
- Pour un champ vectoriel $\vec{A}$, on rappelle que : $\vec{\text{rot}}\ \vec{\text{rot}}\ \vec{A} = \vec{\text{grad}}\ \text{div}\ \vec{A} - \Delta \vec{A}$.
- Une grandeur soulignée représente une fonction complexe dont la partie réelle est la grandeur physique associée.

A – Questions préliminaires

1.1. Qu'appelle-t-on conducteur parfait ? Quelles sont les valeurs des champs électrique $\vec{E}$ et magnétique $\vec{B}$ dans un tel conducteur ?
Que peut on dire de la dissipation d'énergie dans un tel conducteur ?

1.2. On considère deux milieux voisins, séparés par une surface S, et ayant chacun la permittivité ε_0 et la perméabilité μ_0 du vide.

On désigne par $\vec{n}_{12}$ le vecteur unitaire de la normale à S en un point M_0, dirigé du milieu noté (1) vers le milieu noté (2), et par σ et $\vec{j}_S$ les densités surfaciques de charge et de courant au point M_0. Soient $(\vec{E}_1, \vec{B}_1)$ et $(\vec{E}_2, \vec{B}_2)$ les champs électrique et magnétique dans les milieux (1) et (2) respectivement.

Ecrire les conditions aux limites sur ces champs au point M_0 de la surface S.
Que deviennent ces équations à l'interface vide (milieu (1)) - conducteur parfait (milieu (2)) ?

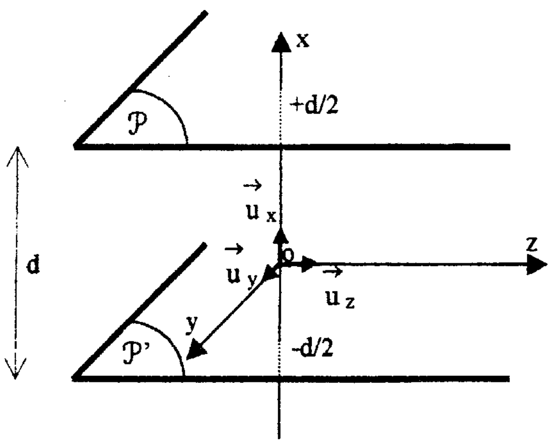
2.1. Donner les équations de Maxwell dans le vide dépourvu de charges et de courants et indiquer la signification physique de chacune d'elles.

2.2. En déduire les équations de propagation du champ électromagnétique dans le vide. Qu'elle est la vitesse c de propagation de la lumière dans le vide illimité ? Calculer sa valeur numérique.

B – Propagation d'une onde électromagnétique entre deux plans métalliques parfaits

I - Structure de l'onde

On considère deux plans métalliques $\mathcal{P}$ et $\mathcal{P}'$ parfaitement conducteurs, distants de d, perpendiculaires à l'axe (ox) et symétriques par rapport au plan (yoz) d'un repère orthonormé direct R(oxyz) de base : $\left(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z\right)$.



On se propose d'étudier la propagation, dans le vide qui règne entre ces deux plans, suivant la direction (oz), d'une onde électromagnétique de pulsation ω et de vecteur d'onde $\vec{k} = k_g\ \vec{u}_z$.

Le champ électrique s'écrit en notation complexe :

$$\underline{\vec{E}}(M,t) = f(x)\ e^{i\left(\omega t - k_g z\right)}\ \vec{u}_y\ ;$$

où i est le nombre complexe tel que $i^2 = -1$.

I.1. Etablir, à partir de l'équation de propagation du champ électrique $\vec{\underline{E}}$, l'équation différentielle vérifiée par la fonction f(x).

I.2. Montrer que la solution, qui correspond à une onde qui se propage entre les deux plans, peut se mettre sous la forme : $f(x) = A_i \cos(\alpha x) + A_p \sin(\alpha x)$.
Exprimer α en fonction de ω, k_g et c.

I.3. En utilisant les conditions que doit vérifier le champ $\vec{\underline{E}}$ sur les plans $\mathcal{P}(x = d/2)$ et $\mathcal{P}'(x = -d/2)$, montrer qu'on trouve plusieurs modes de propagation possibles dont chacun est caractérisé par un nombre entier n (que l'on supposera positif).
Préciser les solutions pour n pair et pour n impair et décrire le type d'onde auquel on aboutit.

I.4. Exprimer k_g en fonction de ω, c, n et d. Le milieu est-il dispersif ?

I.5. Montrer que pour chaque mode de propagation possible entre les deux plans, la pulsation ω doit être supérieure à une valeur ω_{cn} que l'on exprimera en fonction de n, d et c. ω_{cn} est appelée pulsation de coupure.

I.6. Représenter la variation de l'amplitude du champ électrique $\vec{\underline{E}}$ de l'onde pour les trois premiers modes : n = 1, 2 et 3. On prendra $A_i = A_p = E_0$.

I.7. Déterminer pour chaque mode la vitesse de phase v_φ et la vitesse de groupe v_g.
En déduire la relation qui lie ces deux vitesses.

I.8. Comparer v_φ et v_g à la vitesse c de la lumière dans le vide. Commenter ces résultats.

Dans la suite du problème, on s'intéressera à l'étude du mode fondamental (n = 1) uniquement pour le quel le champ électrique s'écrit sous la forme : $\vec{\underline{E}}(M,t) = E_0 \cos\left(\frac{\pi x}{d}\right) e^{i(\omega t - k_g z)} \vec{u}_y$.

I.9. Déterminer le champ magnétique $\vec{\underline{B}}(M,t)$ associé à $\vec{\underline{E}}(M,t)$. Est-il transversal ?

II - Pression de radiation

II.1. Déterminer les densités surfaciques de charge $\underline{\sigma}$ et $\underline{\sigma}'$ qui apparaissent respectivement sur les plans $\mathcal{P}$ et $\mathcal{P}'$. Conclure alors sur les forces électriques qui s'exercent sur ces plans.

II.2. Déterminer les expressions des densités surfaciques de courant $\vec{\underline{j}}_s$ et $\vec{\underline{j}}'_s$ qui apparaissent respectivement sur les plans $\mathcal{P}$ et $\mathcal{P}'$.

II.3. Déterminer le champ magnétique $\vec{\underline{B}}_{ds}$ créé par un élément de surface dS du plan $\mathcal{P}$ en un point M du vide infiniment voisin du plan. Vue de M, la surface dS est assimilée à une nappe de courant portant la densité surfacique $\vec{\underline{j}}_s$.

II.4. Déterminer alors l'expression de la force magnétique $\vec{df}_m$ qui agit sur l'élément de surface dS du plan $\mathcal{P}$.

II.5.a. Montrer que l'onde exerce sur le plan $\mathcal{P}$ une pression de radiation Π.
Déterminer son expression ainsi que sa valeur moyenne dans le temps $<\Pi>$; on y fera apparaître la pulsation de coupure ω_{c1} du mode fondamental.

II.5.b. Montrer, sans faire de calcul, que l'onde considérée exerce sur le plan $\mathcal{P}'$ une pression de radiation Π' et que $\Pi' = \Pi$.

III – Aspect énergétique

III.1.a. Déterminer le vecteur de Poynting $\vec{R}$. En déduire sa valeur moyenne dans le temps $<\vec{R}>$.

III.1.b. Peut-on, vue la structure de l'onde, prévoir le sens de $<\vec{R}>$?

III.2. Calculer la puissance moyenne P_m traversant une surface Σ perpendiculaire à l'axe (oz), limitée par les plans $\mathcal{P}$ et $\mathcal{P}'$ et de longueur l dans la direction (oy).

III.3.a. Calculer la densité volumique u de l'énergie électromagnétique.

III.3.b. En déduire sa valeur moyenne dans le temps qu'on écrira sous la forme :

$$<u> = \frac{\varepsilon_0 E_0^2}{4}\left[1+\left(1-\frac{\omega_{c1}^2}{\omega^2}\right)\cos\left(\frac{2\pi x}{d}\right)\right].$$

III.4. Calculer l'énergie électromagnétique δW_m contenue en moyenne dans une tranche du guide comprise entre z et $z+dz$ et de section Σ (Σ est définie dans (III.2)).

III.5. Sachant que l'énergie δW_m traverse $\Sigma(z+dz)$ pendant l'intervalle de temps dt, déterminer la vitesse $\vec{v}_e$ de propagation de l'énergie moyenne et la comparer à la vitesse de groupe $\vec{v}_g$.

IV – Application

L'ionosphère qui s'étend typiquement entre 100 km et 500 km d'altitude est constituée de molécules ionisées (par le rayonnement solaire).
L'étude de la propagation d'une onde électromagnétique plane et monochromatique de pulsation ω dans un tel milieu où la densité d'électrons libres est n, donne une relation de dispersion qui s'écrit sous la forme : $k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}\left(1-\frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right)$, avec $\omega_p = \sqrt{\frac{n e^2}{m \varepsilon_0}}$; e et m désignent respectivement la charge et la masse d'un électron.

IV.1. Pour quel domaine de fréquences $\mathcal{D}_1$, l'onde peut-elle se propager dans l'ionosphère ?
On donne : $e = 1{,}6\ 10^{-19}$ C , $m = 9{,}1\ 10^{-31}$ kg , $n = 10^{12}\ m^{-3}$.

Dans le cas où l'onde ne se propage pas dans l'ionosphère (domaine de fréquences $\mathcal{D}_2$), on assimile la limite basse de l'ionosphère (située à une altitude $h = 100$ km) et la surface de la terre à deux surfaces métalliques parfaitement conductrices. L'onde peut être alors guidée entre les deux coquilles sphériques de rayons R_T et $R_T + h$; où $R_T = 6400$ km désigne le rayon de la terre supposée sphérique.

IV.2. En comparant h à R_T et en se basant sur l'étude faite en I.5, justifier que la fréquence la plus basse associée à l'onde guidée à pour ordre de grandeur : $\nu_0 \approx \frac{c}{2h}$.
Faire une application numérique.

IV.3. Pour la transmission des ondes radio, on utilise différents domaines de fréquences :

- Bande FM (modulation de fréquence) : ν entre 88 MHz et 108 MHz.
- Bande AM (modulation d'amplitude) : ν entre 540 kHz et 1600 kHz.

Expliquer pourquoi la réception de plusieurs stations provenant de différents pays est possible à Tunis en mode AM alors qu'on ne peut capter que la radio tunisienne en mode FM.