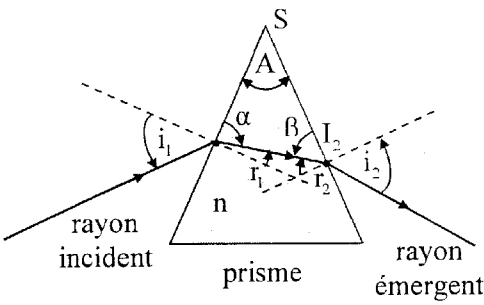

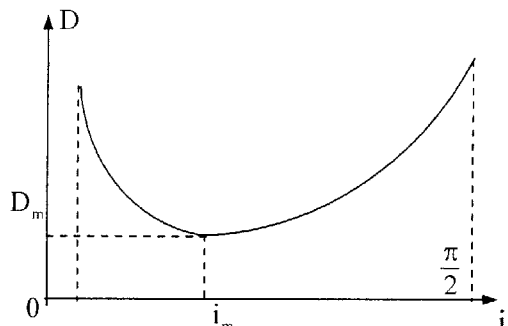
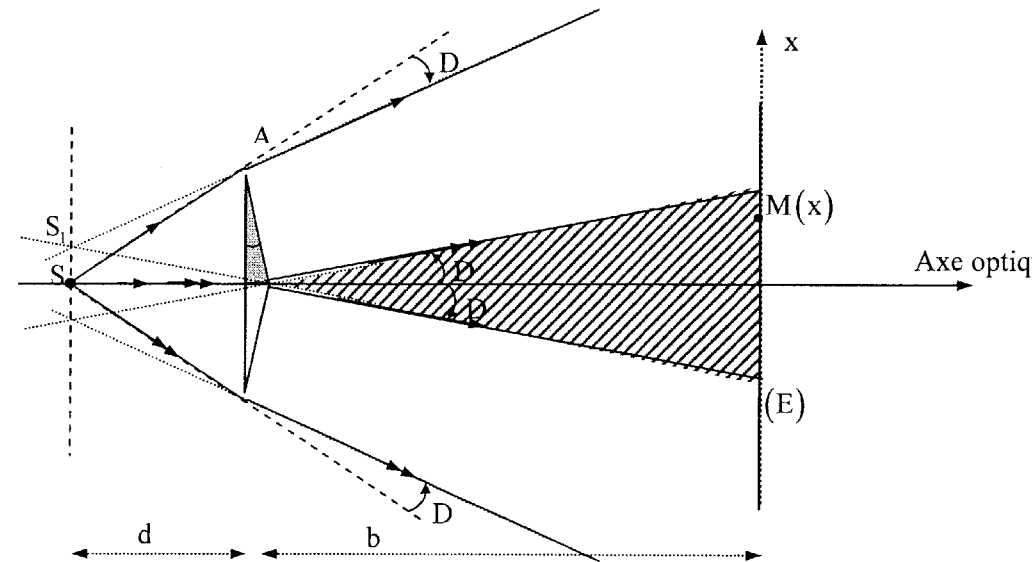


Correction de l'épreuve de physique (Session 2010)

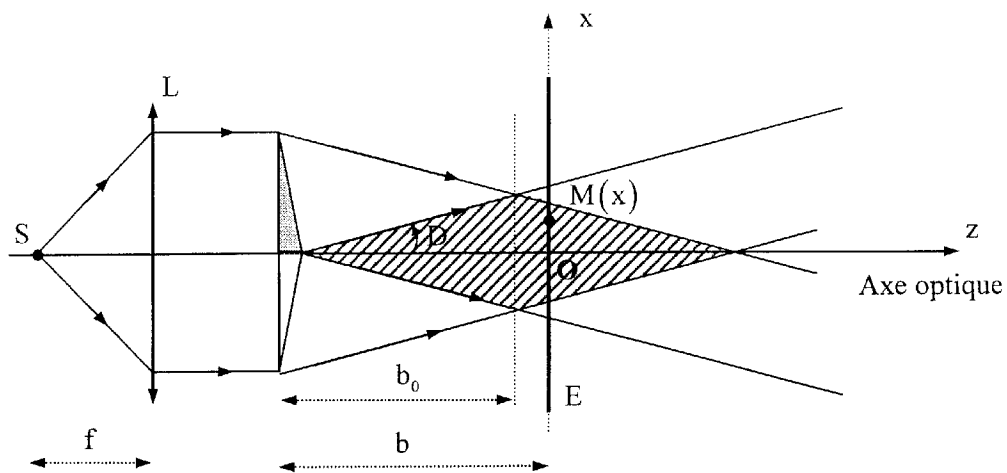
Filière Biologie-Géologie

	PROBLEME A :	22 pts
I-1-	<p>On considère le triangle (I_1SI_2), on a :</p> $A + \alpha + \beta = \pi \Rightarrow A + \left(\frac{\pi}{2} - r_1\right) + \left(\frac{\pi}{2} - r_2\right) = \pi$ $\Rightarrow \underline{A = r_1 + r_2}$	<div style="text-align: center;">  </div> <p style="text-align: right;">1,5</p>
I-2-	<p>On utilise les lois des Descartes pour la réflexion</p> <p>en I_1 : $\sin i_1 = n \sin r_1$</p> <p>en I_2 : $\sin i_2 = n \sin r_2$</p>	<p style="text-align: right;">0,5</p> <p style="text-align: right;">0,5</p>
I-3-	<p>C'est l'écart angulaire que fait la direction de rayon émergent du prisme avec celui incident.</p> $D = (i_1 - r_1) + (i_2 - r_2) = i_1 + i_2 - (r_1 + r_2)$ $\Rightarrow \underline{D = i_1 + i_2 - A}$	<p style="text-align: right;">1</p>
I-4-	<p>Au minimum de déviation, la dérivée $\frac{dD}{di_1}$ est nulle,</p> $\frac{dD}{di_1} = 1 + \frac{di_2}{di_1} = 0 \Rightarrow \frac{di_2}{di_1} = -1$ <p>En utilisant les relations de Descartes</p> $\sin i_1 = n \sin r_1 \Rightarrow \cos i_1 di_1 = n \cos r_1 dr_1 \Rightarrow di_1 = n \frac{\cos r_1}{\cos i_1} dr_1$ $\text{et } \sin i_2 = n \sin r_2 \Rightarrow \cos i_2 di_2 = n \cos r_2 dr_2 \Rightarrow di_2 = n \frac{\cos r_2}{\cos i_2} dr_2$ $D'autre part : A = r_1 + r_2 \Rightarrow dr_1 = -dr_2 \Rightarrow \frac{dr_2}{dr_1} = -1$ $\frac{di_2}{di_1} = n \frac{\cos r_2}{\cos i_2} \frac{1}{n \frac{\cos r_1}{\cos i_1} dr_1} = -1 \Rightarrow \frac{di_2}{di_1} = -\frac{\cos i_1 \cos r_2}{\cos i_2 \cos r_1} = -1 \Rightarrow \frac{\cos i_1 \cos r_2}{\cos i_2 \cos r_1} = 1$ $\Rightarrow \cos i_1 \cos r_2 = \cos i_2 \cos r_1 \Rightarrow (1 - \sin^2 i_1)(1 - \sin^2 r_2) = (1 - \sin^2 i_2)(1 - \sin^2 r_1)$ $\Leftrightarrow (1 - n^2 \sin^2 r_1)(1 - \sin^2 r_2) = (1 - n^2 \sin^2 r_2)(1 - \sin^2 r_1)$ $\Leftrightarrow 1 + n^2 \sin^2 r_1 \sin^2 r_2 - n^2 \sin^2 r_1 - \sin^2 r_2 = 1 + n^2 \sin^2 r_1 \sin^2 r_2 - n^2 \sin^2 r_2 - \sin^2 r_1$ $\Leftrightarrow n^2 \sin^2 r_1 + \sin^2 r_2 = n^2 \sin^2 r_2 + \sin^2 r_1 \Leftrightarrow (n^2 - 1)(\sin^2 r_1 - \sin^2 r_2) = 0$	<div style="text-align: center;">  </div> <p style="text-align: right;">1</p>

	<p>Puisque $n \neq 1 \Rightarrow \sin r_1 = \pm \sin r_2$ $\Rightarrow r_1 = \pm r_2$ D'autre part, on a : $A = r_1 + r_2 \neq 0$ donc $r_1 \neq -r_2$ Enfin, on obtient : $r_1 = r_2 = r_m \Rightarrow i_1 = i_2 = i_m$ Dans ces conditions : $D = D_m = 2i_m - A$</p> 	1
I-5-	<p>A la déviation minimale : $r_1 = r_2 = r_m = \frac{A}{2}$ et $i_1 = i_2 = i_m = \frac{A + D_m}{2}$</p> <p>On a $\sin i_m = n \sin r_m \Rightarrow \sin\left(\frac{A + D_m}{2}\right) = n \sin\left(\frac{A}{2}\right) \Rightarrow n = \frac{\sin\left(\frac{A + D_m}{2}\right)}{\sin\left(\frac{A}{2}\right)}$</p>	0,5 1
I-6-1-	<p>En traversant le prisme, les rayons de la source émettant la lumière blanche subissent la dispersion à cause de la nature du milieu ; l'indice de réfraction dépend de la longueur d'onde. A la sortie, on observe toutes les radiations constituant le domaine visible.</p>	1
I-6-2	<p>On utilise la relation de Cauchy : $n(\lambda) = 1,710 + \frac{0,155 \cdot 10^{-13}}{\lambda^2}$</p> <p>Si $n = 1,762 \Rightarrow \lambda = 0,546 \cdot 10^{-6} \text{ m}$</p> <p>Cette longueur d'onde correspond à la radiation verte.</p>	0,5 0,5
II-1-1	<p>si l'angle d'incidence est faible : $\sin i_1 = n \sin r_1 \Rightarrow i_1 \approx n r_1$ l'angle au sommet $A = r_1 + r_2$ est faible $\Rightarrow r_2$ est faible $\Rightarrow \sin i_2 = n \sin r_2 \Rightarrow i_2 \approx n r_2$ $D = i_1 + i_2 - A = n(r_1 + r_2) - A \Rightarrow D = (n - 1) A$</p>	1
II-1-2		1

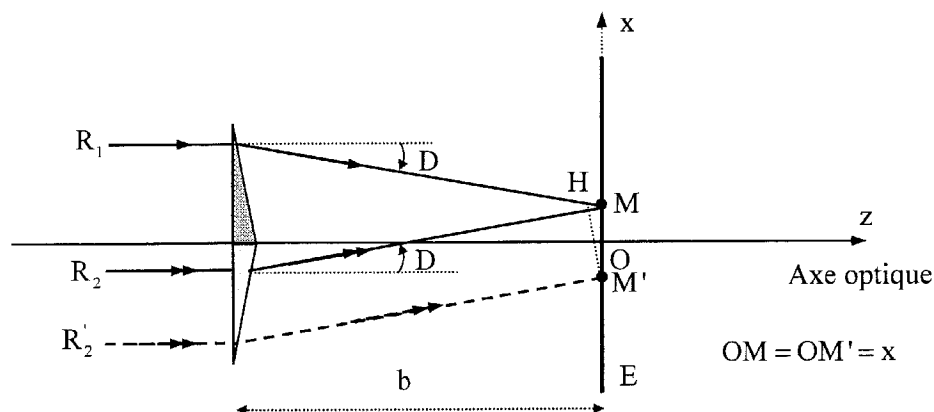
	On a $\operatorname{tg} D \approx D = \frac{S_1 S_2}{2} \frac{1}{d} \Rightarrow \underline{S_1 S_2 = a = 2dD = 2d(n-1)A}$	0,5
II-1-3	<p>La représentation de la marche des rayons lumineux qui émergent du bi-prisme permet de situer les positions des sources secondaires S_1 et S_2. Ce dispositif interférentiel peut être ramené à celui des fentes d'Young.</p> <p>En un point M d'abscisse x de l'écran d'observation situé à la distance $\Delta = d + b$ des sources secondaires, la différence de marche δ entre les deux rayons qui interfèrent en ce point s'écrit : $\delta(M) = \delta(x) = \frac{S_1 S_2 x}{\Delta} = \frac{2(n-1)A x}{d+b}$.</p> <p>On caractérise les franges d'interférences par l'intersection des surfaces d'égale intensité lumineuse $I(M) = \text{cte}$ et l'écran d'observation.</p> <p>$I(M) = \text{cte} \Rightarrow \delta(M) = \delta(x) = \text{cte} \Rightarrow x = \text{cte}$.</p> <p>Les franges d'interférences sont représentées par des segments de droites orientées parallèlement à la fente source.</p>	1 0,5
II-1-4	<p>Les franges brillantes sont définies pour :</p> $\delta = \frac{2(n-1)A x_{B_k}}{d+b} = k\lambda \Rightarrow x_{B_k} = k \frac{\lambda(d+b)}{2(n-1)A}$ <p>L'interfrange est distance qui sépare deux franges consécutives de même nature.</p> $x_{B_k} - x_{B_{k-1}} = k \frac{\lambda(d+b)}{2(n-1)A} - (k-1) \frac{\lambda(d+b)}{2(n-1)A} = \frac{\lambda(d+b)}{2(n-1)A}$ $\Rightarrow i = x_{B_k} - x_{B_{k-1}} = \frac{\lambda(d+b)}{2(n-1)A}$ <p><u>A.N :</u> $i = \frac{\lambda(d+b)}{2(n-1)A} = \frac{0,54610^{-6} \cdot 1,5}{2 \cdot (1,5-1) \cdot 5,810^{-3}} = 0,14 \cdot 10^{-3} \text{ m} ; \underline{i = 0,14 \text{ mm}}$</p>	1 0,5
II-1-5	<p>On note ℓ la largeur du champ d'interférences.</p> <p>D'après la construction de la zone d'interférences, on a :</p> $\operatorname{tg} D = \frac{\ell/2}{b} \approx D = 2(n-1)A \Rightarrow \ell = (n-1) b A$ <p>Nombre d'interfranges $N = \frac{\ell}{i}$</p> <p><u>A.N :</u> $\ell = (n-1) b A = (1,5-1) \cdot 1,25 \cdot 5,8 \cdot 10^{-3} = 3,625 \cdot 10^{-3} \text{ m} ; \ell = 3,625 \text{ mm}$.</p> <p>$N = \frac{\ell}{i} = \frac{3,625}{0,14} = 25,89$ il y a donc 25 interfranges. (25 franges brillantes et 26 franges sombres).</p>	1 0,5

II-2-1



1,5

II-2-2



0,5

Les rayons lumineux émergents de deux prismes et qui interfèrent au point M sont les rayons R_1 et R_2 .

Pour déterminer la différence de marche $\delta(M)$ entre les rayons qui interfèrent, on trace le rayon R'_2 , symétrique R_1 par rapport à l'axe optique : $\delta(M) = HM$.

puisque D est faible, $\sin D \approx D = \frac{HM}{M'M} = \frac{HM}{2x} \Rightarrow \delta(M) = HM = 2Dx = 2(n-1)Ax$.

0,5

La source S est monochromatique, l'expression de l'intensité lumineuse s'écrit :

$$I(M) = I(x) = 2I_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi\delta}{\lambda} \right) \right) = 2I_0 \left(1 + \cos \left(\frac{4\pi(n-1)Ax}{\lambda} \right) \right).$$

0,5

II-2-3

Les positions des franges brillantes sont tel que : $\delta(M) = 2(n-1)Ax_B = k\lambda$

$$\Rightarrow x_B = x_{B_k} = \frac{k\lambda}{2(n-1)A}$$

$$\Rightarrow \text{l'interfrange est : } i = x_{B_k} - x_{B_{k-1}} = \frac{\lambda}{2(n-1)A}$$

1

L'interfrange ne dépend pas de la position de l'écran par rapport au bi-prisme.

$$\underline{\text{AN}} : i = \frac{\lambda}{2(n-1)A} = \frac{589 \cdot 10^{-9}}{2(1,5-1)5,8 \cdot 10^{-3}} = 0,1 \cdot 10^{-3} \text{ m} \Rightarrow \underline{i = 0,1 \text{ mm}}$$

0,5

II-2-4	<p>En se référant au graphique de la question II-2-1, la largeur maximale du champ d'interférences est : $\ell_{\max} = h$</p> <p>D'autre part : $\text{tg } D = \frac{\ell_{\max} / 2}{b_0} \approx D \Rightarrow b_0 \approx \frac{\ell_{\max}}{2 D} = \frac{h}{2(n-1)A}$.</p> <p><u>AN</u> : $b_0 = \frac{h}{2(n-1)A} = \frac{10^{-2}}{2(1,5-1) 5,8 \cdot 10^{-3}} = 1,725 \text{ m}$.</p> <p>Nombre d'interfranges : $N = \frac{\ell_{\max}}{i} = \frac{h}{i} = 98,47$; il y a 98 interfranges.</p> <p>Ce champ d'interférences est constitué de 99 franges brillantes et 98 franges sombres.</p>	<p>1</p> <p>0,5</p>
	<p><u>PROBLEME B :</u></p>	<p>18 pts</p>
I-1-	<p>En régime sinusoïdal, l'impédance complexe du condensateur s'écrit : $\underline{Z}_c = \frac{1}{j\omega C}$.</p> <p>A basses fréquences ($\omega \rightarrow 0$) $\Rightarrow \underline{Z}_c \rightarrow +\infty$, le condensateur de capacité C est équivalent à un interrupteur ouvert.</p> <p>A hautes fréquences ($\omega \rightarrow +\infty$) $\Rightarrow \underline{Z}_c \rightarrow 0$, le condensateur est équivalent à un interrupteur fermé.</p> <p>La tension de sortie entre ces bornes est donc nulle : $v_s(t) \rightarrow 0$.</p> <p>\Rightarrow Ce circuit joue le rôle d'un filtre passe bas.</p> <div data-bbox="845 694 1228 963"> </div>	<p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p>
I-2-	<p>En utilisant la relation diviseur de tension, on trouve en notation complexe :</p> $\underline{v}_s = \frac{\underline{Z}_c}{\underline{Z}_c + R} \underline{v}_e = \frac{1/j\omega C}{1/j\omega C + R} \underline{v}_e = \frac{1}{1 + j\omega C R} \underline{v}_e \Rightarrow \underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{v}_s}{\underline{v}_e} = \frac{1}{1 + j\omega C R}$ <p>La quantité ωRC est sans unité. On pose $\omega_c = \frac{1}{RC}$; $\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}}$</p>	<p>1</p> <p>0,5</p>
I-3-	<p>Le gain en décibel s'écrit :</p> $G(\text{dB}) = 20 \log_{10} \underline{H}(j\omega) = 20 \log_{10} \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega/\omega_c)^2}} = -10 \log_{10} (1 + (\omega/\omega_c)^2)$ <ul style="list-style-type: none"> • A très basse pulsation ($\omega \rightarrow 0$) on déduit que : $\underline{H}(j\omega) = 1 \Rightarrow G(\text{dB}) = G_{\max} = 0$. • Si la pulsation de la tension d'entrée est égale à la pulsation ω_c, caractéristique du filtre ($\omega = \omega_0$) : $\underline{H}(j\omega) = 1/\sqrt{2} \Rightarrow G(\text{dB}) = -3 \text{ dB}$. • A très haute pulsation ($\omega \rightarrow \infty$) <p>on déduit que : $\underline{H}(j\omega) = \frac{\omega_c}{\omega} \Rightarrow G(\text{dB}) = -20 \log_{10} (\omega/\omega_c)$.</p>	<p>0,5</p>

Dans le dernier cas ($\omega \rightarrow \infty$), la courbe $G = f(\log_{10} \omega)$ est une droite de pente de -20 dB/décade et d'ordonnée à l'origine $20 \log_{10} \omega_c$.

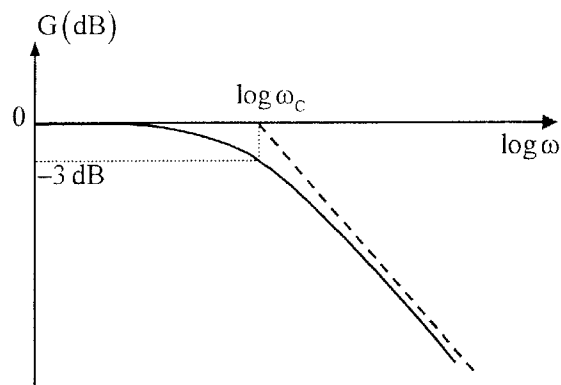
\Rightarrow c'est un filtre de premier ordre

La pulsation du coupure correspond au gain $G_{\max} - 3 \text{ dB} = -3 \text{ dB} \Rightarrow \omega = \omega_c$.

A.N : $\omega_c = 1 / RC = 2,510^5 \text{ rad s}^{-1}$

La bande passante de ce filtre est tel que : $G_{\max} - 3 \text{ dB} \leq G(\text{dB}) \leq G_{\max}$

$\Leftrightarrow \omega \in [0, \omega_0]$



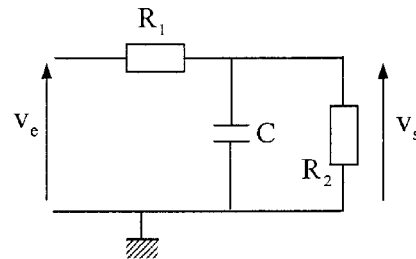
0,5

1

I-4-1

La fonction de transfert s'obtient à partir du diviseur de tension. L'impédance équivalente de la résistance R_2 et de la capacité C placée en parallèle est tel que : $\frac{1}{Z} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{Z_C} = \frac{1}{R_2} + j\omega C$

$\Rightarrow Z = \frac{R_2}{1 + j\omega CR_2}$



$$\underline{v_s} = \frac{Z}{Z + R_1} \underline{v_e} \Rightarrow \underline{H_1}(j\omega) = \frac{\underline{v_s}}{\underline{v_e}} = \frac{Z}{Z + R_1} = \frac{\frac{R_2}{1 + j\omega CR_2}}{R_1 + \frac{R_2}{1 + j\omega CR_2}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2 + j\omega CR_1 R_2}$$

1

On divise tous les membres par $R_1 + R_2 \Rightarrow \underline{H_1}(j\omega) = \frac{\frac{R_2}{R_1 + R_2}}{1 + j\omega C \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} = \frac{H_0}{1 + j \frac{\omega}{\omega_0}}$

0,5

L'identification fournie : $H_0 = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$ et $\omega_0 = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 C}$.

0,5

I-4-2

L'ajout de la résistance R_2 modifie de gain statique $H_0 = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$.

Ce gain est plus faible que celui en absence de la résistance R_2 . Puisque si on R_2 supprime ($R_2 \rightarrow \infty$) $\Rightarrow H_0 \rightarrow 1$

De même la pulsation du coupure de ce filtre chargé, notée ω_0 , est différente de celle d'un filtre $R_1 C$ non chargé. $\omega_0 = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 C} = \frac{1}{R_1 C} + \frac{1}{R_2 C} > \frac{1}{R_1 C} = \omega_c$.

1

La bande passante de ce filtre est : $[0, \omega_0]$; Elle est plus large que dans le cas d'un filtre non chargé.

\Rightarrow Un filtre RC relié à une charge est caractérisé par un gain statique plus faible. Sa bande passante est plus large.

0,5

I-4-3	<p>Puisqu'il s'agit d'un filtre passe bas, le gain est maximum pour les faibles pulsations.</p> <p>Si $\omega \ll \omega_0$, $\underline{H}_1(\omega) \approx H_0 = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$. La pulsation de coupure est : $\omega_0 = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 C}$</p> <p><u>A.N :</u></p> <p>* $H_0 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} = \frac{1}{2}$ et $G(\text{dB}) = 20 \log_{10} \underline{H}_1(j\omega) = 20 \log_{10} H_0 = -6 \text{ dB}$</p> <p>* $\omega_0 = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 C} = \frac{4 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^3}{4 \cdot 10^3 \cdot 4 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10^{-9}} = 0,5 \cdot 10^5 \text{ rad s}^{-1}$</p>	<p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p>
II-1-	<p>L'amplificateur est considéré idéal, les courants de fuites sont nuls : $i_- = i_+ = 0$.</p> <p>L'existence d'une rétroaction sur la borne inverseuse a pour conséquence le fonctionnement linéaire de l'amplificateur opérationnel.</p> <p>On a donc $v_- = v_A = v_+ = v_B = 0$ (la borne + est liée à la masse).</p> <p>Loi des nœuds en A : $i = i' + \frac{dq}{dt}$.</p> <p>Lois des mailles :</p> <p>* $v_e = R_1 i + v_A \Rightarrow i = \frac{v_e}{R_1}$ puisque $v_A = 0$</p> <p>* $v_s = -R_2 i' + v_A \Rightarrow i' = -\frac{v_s}{R_2}$ * $v_s = -\frac{q}{C} + v_A \Rightarrow \frac{dq}{dt} = -C \frac{dv_s}{dt}$</p> <p>En combinant les lois des nœuds et des ventres : $\frac{dv_s}{dt} + \frac{v_s}{R_2 C} = -\frac{v_e}{R_1 C}$</p>	<p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p>
II-2-1	<p>En régime permanent et en utilisant la notation complexe, les tensions d'entrée et de sortie s'écrivent : $\underline{v}_e(t) = V_e \exp j\omega t$ et $\underline{v}_s(t) = \underline{V}_s \exp j\omega t$.</p> <p>L'équation différentielle précédente se réduit à :</p> $j\omega \underline{V}_s + \frac{1}{R_2 C} \underline{V}_s = -\frac{1}{R_1 C} \underline{V}_e$ <p>Si la pulsation très élevée $\Rightarrow \omega \gg \frac{1}{R_2 C} \Rightarrow \omega R_2 C \gg 1$.</p> <p>L'équation obtenue se réduit à : $j\omega \underline{V}_s = -\frac{1}{R_1 C} \underline{V}_e \Rightarrow \underline{V}_s = -\frac{1}{j\omega R_1 C} \underline{V}_e$.</p> <p>En grandeurs instantanées, on a : $v_s(t) = -\frac{1}{R_1 C} \int v_e(t) dt$</p> <p>A haute pulsation, le montage étudié joue le rôle d'un intégrateur.</p>	<p>1</p>
II-2-2	<p>Si la pulsation est suffisamment faible $\Rightarrow \omega \ll \frac{1}{R_2 C} \Rightarrow \omega R_2 C \ll 1$, l'équation</p>	

	<p>différentielle se réduit à : $\underline{V}_s = -\frac{R_2}{R_1} \underline{V}_e$.</p> <p>Le montage constitue un amplificateur inverseur passe bas. Le gain statique correspond à sa valeur maximale $H'_0 = -\frac{R_2}{R_1}$. $\left(H'_0 = \frac{R_2}{R_1}\right)$</p>	1
II-3-1	<p>En tenant compte des résultats de la question II-2-1/, on obtient</p> $j\omega \underline{V}_s(t) + \frac{1}{R_2 C} \underline{V}_s(t) = \left(j\omega + \frac{1}{R_2 C}\right) \underline{V}_s(t) = -\frac{1}{R_1 C} \underline{V}_e(t)$ $\Rightarrow \underline{H}_2(j\omega) = \frac{\underline{V}_s(t)}{\underline{V}_e(t)} = -\frac{1/R_1 C}{j\omega + 1/R_2 C} = -\frac{R_2}{R_1} \frac{1}{1 + jR_2 C \omega} = -\frac{R_2/R_1}{1 + j(\omega/\omega_0)}$ <p>La fonction de transfert obtenue caractérise un filtre passe bas de premier ordre. La pulsation de coupure correspond à : $\underline{H}_2(j\omega_c) = \frac{ H'_0 }{\sqrt{2}} = \frac{R_2/R_1}{\sqrt{2}} = \frac{R_2/R_1}{\sqrt{1 + R_2^2 C^2 \omega_c^2}}$</p> $\Rightarrow \omega_c = \omega_0 = \frac{1}{R_2 C}$	1 0,5
II-3-2	<p>On a : $\underline{H}_2(j\omega) = \frac{ \underline{V}_s(t) }{ \underline{V}_e(t) } = \frac{V_s}{V_e} = \frac{R_2/R_1}{\sqrt{1 + R_2^2 C^2 \omega^2}} \Rightarrow V_s = \frac{R_2/R_1}{\sqrt{1 + R_2^2 C^2 \omega^2}} V_e$</p> <p>A.N : $V_s = \frac{R_2/R_1}{\sqrt{1 + R_2^2 C^2 \omega^2}} V_e = \frac{2}{\sqrt{1 + 64 \cdot 10^6 \cdot 10^{-16} \cdot 9 \cdot 10^8}} 2 = 1,54 \text{ V}$</p> <p>$\underline{H}_2(j\omega) = -\frac{R_2/R_1}{1 + j(\omega/\omega_0)} \Rightarrow \text{Arg}(\underline{H}_2(j\omega)) = \varphi = \pi - \text{Arctg}(\omega/\omega_0)$</p> <p>A.N : $\varphi = 180 - \text{Arctg}(3 \cdot 10^4 \cdot 8 \cdot 10^3 \cdot 10^{-8}) = 107^\circ$</p>	0,5 0,5 0,5
II-4-	<p>On a $\omega = \frac{2\pi}{T} \gg \omega_0 = \frac{1}{R_2 C}$, la fonction de transfert se met sous la forme approchée</p> $\underline{H}_2(j\omega) = -\frac{H_0}{j(\omega/\omega_0)} = \frac{V_s}{V_e} \Rightarrow \underline{V}_s = -\frac{\omega_0 H_0}{j\omega} \underline{V}_e = -\omega_0 H_0 \int \underline{V}_e dt$ <p>\Rightarrow La tension de sortie est donc à un facteur multiplicatif près, la primitive de la tension d'entrée. La tension de sortie est de type triangulaire (dents de scie).</p>	1